電磁気学演習　第４回　(2005.1.17)

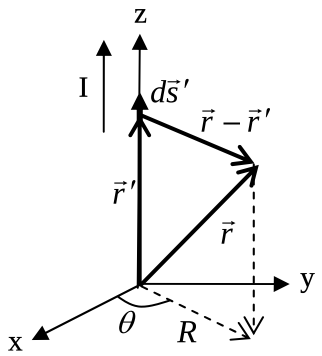
問1　ベクトルポテンシャル $\vec{A}(\vec{r})$ は磁束密度 $\vec{B}(\vec{r})$ に対して以下の関係を満たす。

$$\vec{B}(\vec{r}) = rot\ \vec{A}(\vec{r}) \qquad [1]$$

z 軸の方向を向いた一様磁場 $\vec{B} = (0, 0, B)$ は、(1) 以下のベクトルポテンシャルのどちらでも表されることを示せ。また、(2) $\vec{A}_2(\vec{r}) - \vec{A}_1(\vec{r}) = \vec{\nabla}\chi_{21}(\vec{r})$ を満たすスカラー関数 $\chi_{21}(\vec{r})$ を求めよ。

$$\vec{A}_1(\vec{r}) = (-By, 0, 0) \qquad \vec{A}_2(\vec{r}) = (0, Bx, 0)$$

問2　無限に長い直線上を流れる電流 I がつくる磁場を、ベクトルポテンシャル $\vec{A}(\vec{r})$ から求めたい。z 方向に電流 I が流れているとき、位置 $\vec{r}$ におけるベクトルポテンシャルは $\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_C \frac{d\vec{s}\,'}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|}$ で表される。$\vec{r} = (x, y, z)$、$\vec{r}\,' = (0, 0, z')$、$d\vec{s}\,' = (0, 0, dz')$ として、以下の設問に答えよ。



(1)　A_x, A_y, A_z を x, y, z, z' を用いて書き下せ。積分はしなくてよい。

(2)　積分区間を $-\ell \le z' \le \ell$ として A_z の積分を実行せよ。

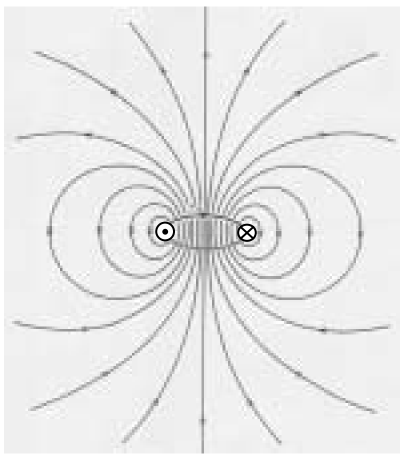
さらに、$\ell >> \sqrt{x^2 + y^2}$ として近似せよ。

ただし、$\int \frac{dt}{\sqrt{\alpha + t^2}} = \log\left(\sqrt{\alpha + t^2} + t\right)$ を用いてよい。

(3)　問１の[1]式を用いて、B_x, B_y, B_z を求めよ。

(4)　B_x, B_y を $R = \sqrt{x^2 + y^2}$、角度θ（上図）を用いて表し、xy 平面内での $\vec{B}$ の方向を図示せよ。

問3　ソレノイドは筒に導線を密に巻きつけた円筒状のコイルである。筒の長さに比べて半径が小さいと筒の内部の磁場は一様で、外部は打ち消しあいの結果零に近くなる。このことを調べるためにまず１個の単リングがつくる磁場を考える。図はリングを真横から見たもので、左の点が紙面上に出てくる電流を表し、右の点から紙面裏へと入る。ここではソレノイドを単リングが積み重なって長い円筒を形成したものとみなし、各リングがつくる磁場の重ね合わせを考える。



(1)　解答用紙の点の位置について、磁場の大きさと向きを推定して矢印で示せ。（零の場合は数字で 0 を記入せよ。）

(2)　A→B→C→D→A の経路に沿ってアンペールの定理を適用したとき、筒の中央の磁場 $\vec{H}_0$ の大きさを求めよ。ただし、ソレノイドに流れる電流を i、単位長さあたりの巻き数を n とする。