

大学院工学研究科  
磁性工学特論第8回  
—光と磁気(2)—

佐藤勝昭  
(東京農工大学副学長)

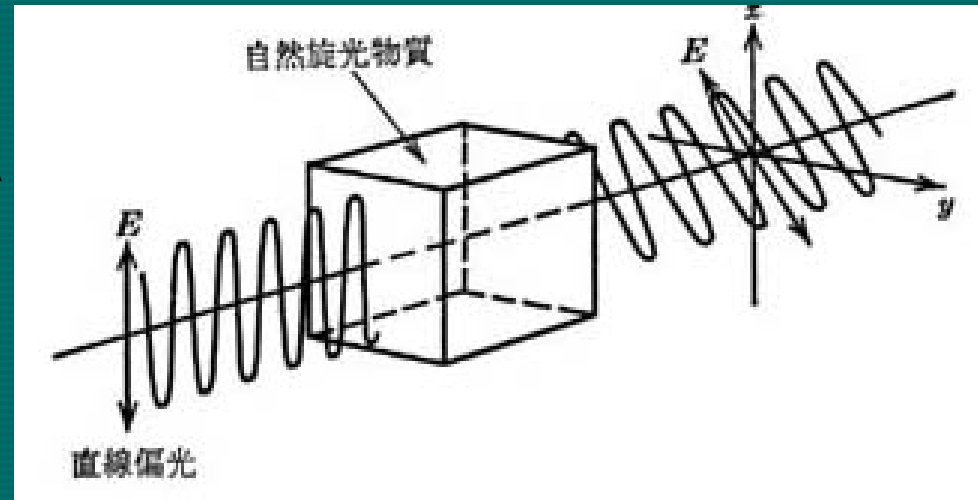
# 第7回講義で学んだこと:

- 磁気光学効果とはなにか
  - 光の偏り
  - 旋光性と円二色性
  - ガラスのファラデー効果
  - 強磁性体のファラデー効果

## 復習コーナー

# 旋光性と円二色性

- 物体に直線偏光を入射したとき透過してきた光の偏光面がもとの偏光面の方向から回転していたとすると、この物体は旋光性を持つという。
  - － 例) ブドウ糖、ショ糖、酒石酸等
- これらの物質にはらせん構造があって、これが旋光性の原因になる。



## 復習コーナー

# 円二色性

- 酒石酸の水溶液などでは、右円偏光と左円偏光とに対して吸光度が違うという現象がある。これを円二色性という。この効果を発見したのはCottonというフランス人で1869年のことである。彼は図2.4のような装置をつかって眺めると左と右の円偏光に対して明るさが違うことを発見した。後で説明するが(3.1節)、円二色性がある物質に直線偏光を入射すると透過光は楕円偏光になる。

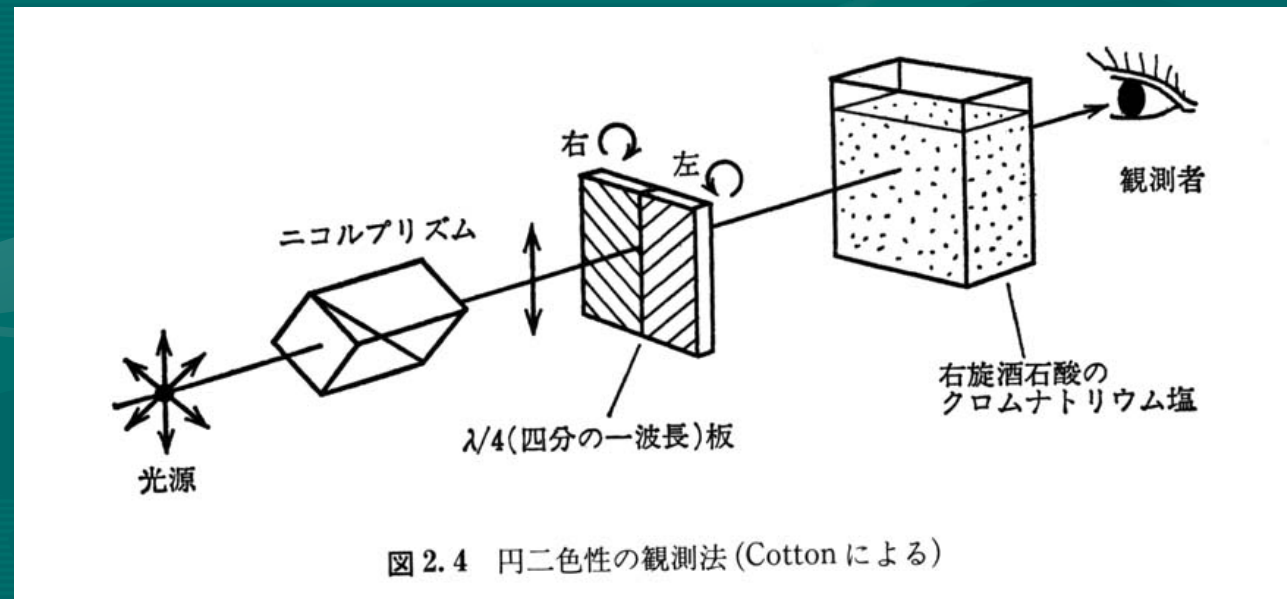


図 2.4 円二色性の観測法 (Cotton による)

## 復習コーナー

# クラマース・クローニヒの関係

- 旋光性と円二色性は互いに独立ではなく、クラマース・クローニヒの関係で結びついている。
- 旋光角のスペクトルは、円二色性スペクトルを微分したような形状をもっている。
  - 物理現象における応答を表す量の実数部と虚数部は独立ではなく、互いに他の全周波数の成分がわかれば積分により求めることができるという関係

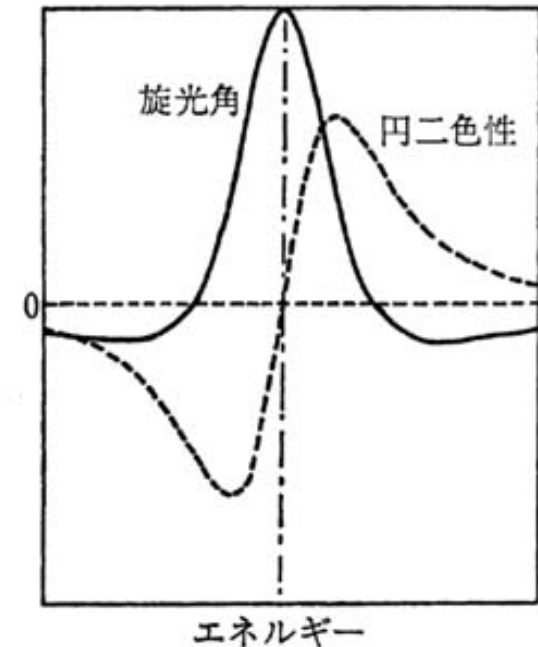


図 2.10 旋光分散 (実線) と円二色性分散 (点線)

## 復習コーナー

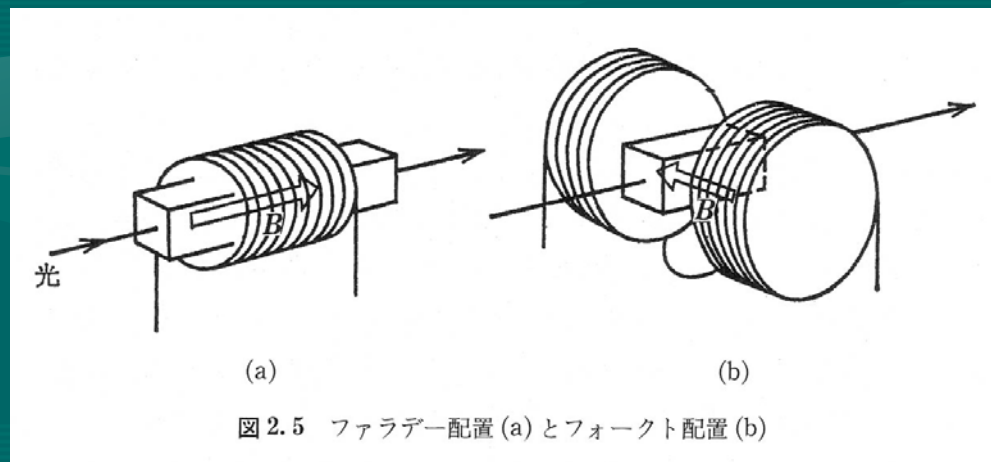
# 光学活性

- 旋光性と円二色性をあわせて光学活性という
- 物質本来の光学異方性による光学活性を「自然活性」とよぶ。
- 電界(電気分極)によって誘起される光学活性を電気光学(EO)効果という。
  - ポッケルス効果、電気光学カー効果がある。
- 磁界(磁化)によって誘起される光学活性を磁気光学(MO)効果という。
- 応力による光学活性をピエゾ光学効果または光弾性という

## 復習コーナー

# 非磁性体のファラデー効果

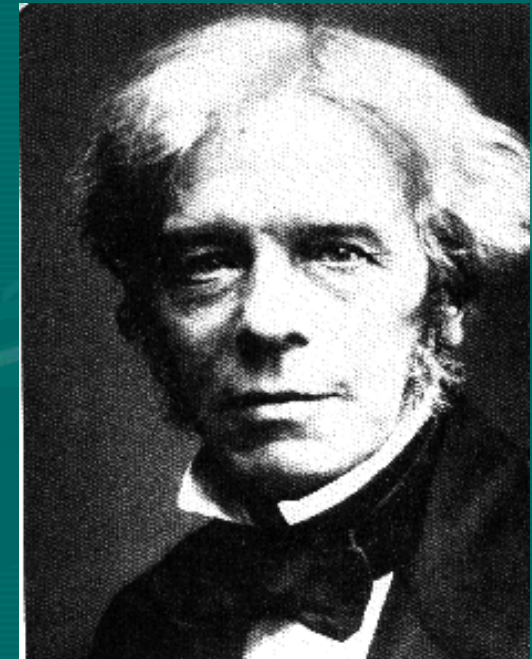
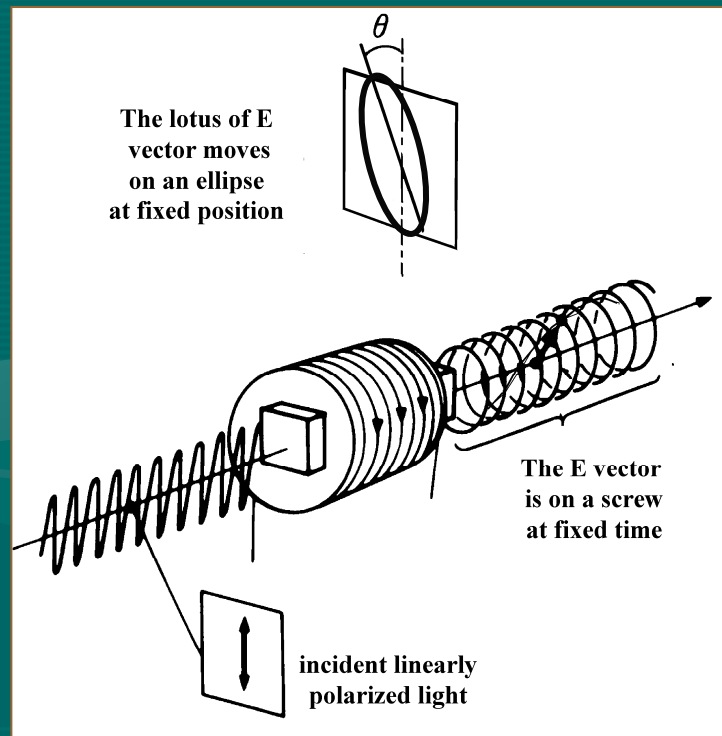
- ガラス棒にコイルを巻き電流を通じるとガラス棒の長手方向に磁界ができる。このときガラス棒に直線偏光を通すと磁界の強さとともに偏光面が回転する。この磁気旋光効果を発見者Faradayに因んでファラデー効果という。
- 光の進行方向と磁界とが同一直線上にあるときをファラデー配置といい、進行方向と磁界の向きが直交するような場合をフォークト配置という。



# 復習コーナー

## ファラデー効果

- ファラデー配置において直線偏光が入射したとき出射光が楕円偏光になり、その主軸が回転する効果



M. Faraday (1791-1867)



## 復習コーナー

# ヴェルデ定数

- 強磁性を示さない物質の磁気旋光角を  $\theta_F$ 、磁界を  $H$ 、光路長  $l$  とすると、

$$\theta_F = V l H$$

と表される。 $V$  はヴェルデ定数と呼ばれ、物質固有の比例定数である。

ヴェルデ定数一覧表  $\lambda=546.1\text{nm}$  理科年表による

物質	$V$ [min/A]	物質	$V$ [min/A]
酸素	$7.598 \times 10^{-6}$	NaCl	$5.15 \times 10^{-2}$
プロパン	$5.005 \times 10^{-5}$	ZnS	$2.84 \times 10^{-1}$
水	$1.645 \times 10^{-2}$	クラウンガラス	$2.4 \times 10^{-2}$
クロロホルム	$2.06 \times 10^{-2}$	重フリントガラス	$1.33 \times 10^{-1}$

## 復習コーナー

# 直交偏光子

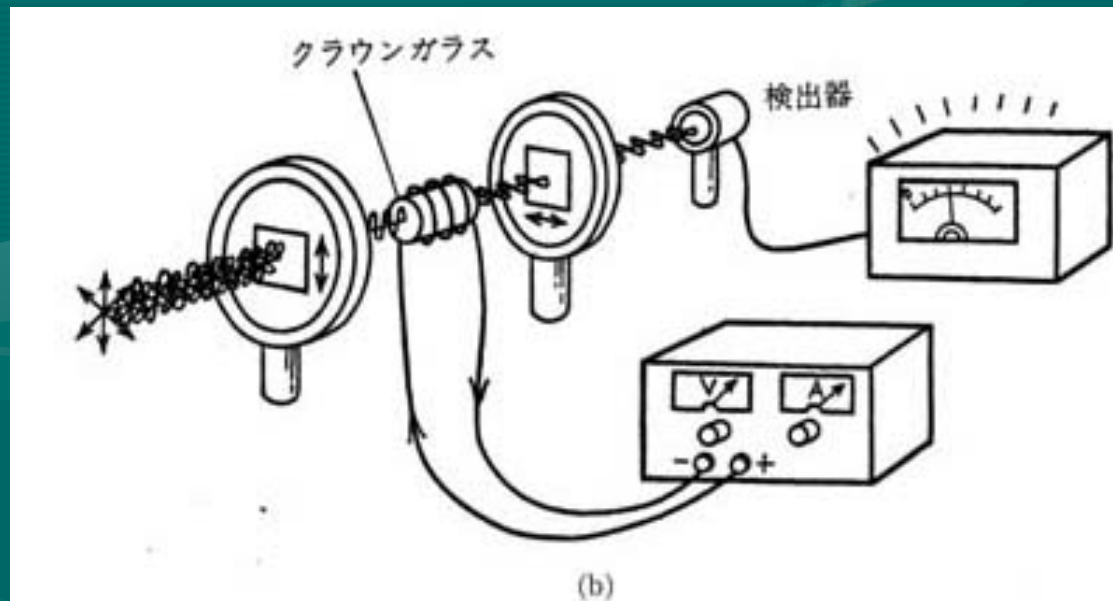
- 2つの偏光子PとAを互いに偏光方向が垂直になるようにしておく。(クロスニコル条件)
- この条件では光は通過しない。



## 復習コーナー

# ファラデー効果による光スイッチ

- PとAの間に長さ0.23 mのクラウンガラスの棒を置き  $10^6$  A/m(=1.3T)の磁界をかけたとすると、ガラス中を通過する際にほぼ $90^\circ$  振動面が回転して検光子Aの透過方向と平行になり光がよく通過する。



## 復習コーナー

# ファラデー効果の非相反性

- ファラデー効果においては磁界を反転すると逆方向に回転が起きる。つまり回転角は磁界の方向に対して定義されている。ここが自然活性と違うところである。
- 図に示すように、ブドウ糖液中を光を往復させると戻ってきた光は全く旋光していないが、磁界中のガラスを往復した光は、片道の場合の2倍の回転を受ける。

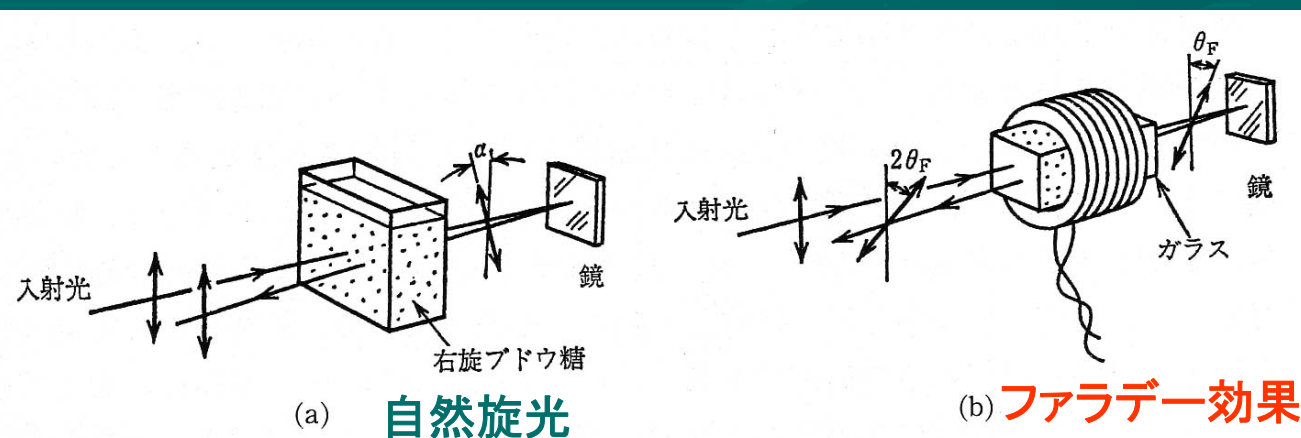


図 2.7 ファラデー効果の場合

ブドウ糖液中を往復した光は旋光しないが (a)、磁界中のガラスを往復した光は片道の2倍だけ旋光している (b)。

## 復習コーナー

# 強磁性体のファラデー効果

- ガラスのファラデー効果に比べ、強磁性体、フェリ磁性体は非常に大きなファラデー回転を示す。
- 磁氣的に飽和した鉄のファラデー回転は1 cmあたり $380,000^\circ$ に達する。この旋光角の飽和値は物質定数である。
  - 1 cmもの厚さの鉄ではもちろん光は透過しないが薄膜を作ればファラデー回転を観測することが可能である。例えば30 nmの鉄薄膜では光の透過率は約70 %で、回転角は約 $1^\circ$ となる。

## 復習コーナー

# 代表的な磁性体のファラデー効果

物質名	旋光角 (deg/cm)	性能指数 (deg/dB)	測定波長 (nm)	測定温度 (K)	磁界 (T)	文献
Fe	$3.825 \cdot 10^5$		578	室温	2.4	4)
Co	$1.88 \cdot 10^5$		546	//	2	4)
Ni	$1.3 \cdot 10^5$		826	120 K	0.27	4)
$Y_3Fe_5O_{12}$ *	250		1150	100 K		5)
$Gd_2BiFe_5O_{12}$	$1.01 \cdot 10^4$	44	800	室温		6)
MnSb	$2.8 \cdot 10^5$		500	//		7)
MnBi	$5.0 \cdot 10^5$	1.43	633	//		8)
$YFeO_3$	$4.9 \cdot 10^3$		633	//		9)
$NdFeO_3$	$4.72 \cdot 10^4$		633	//		10)
$CrBr_3$	$1.3 \cdot 10^5$		500	1.5K		11)
EuO	$5 \cdot 10^5$	104	660	4.2 K	2.08	12)
$CdCr_2S_4$	$3.8 \cdot 10^3$	35(80K)	1000	4K	0.6	13)

## 復習コーナー

# ファラデー効果で磁化曲線を測る

- 強磁性体では旋光角は物質定数であるが、飽和していない場合には、巨視的な磁化に関する量となる。従って、ファラデー効果を用いて磁化曲線を測ることができる。
- ファラデー効果は磁化ベクトルと光の波動ベクトルとが平行なとき最大となり、垂直のとき最小となる、すなわち、磁化と波動ベクトルのスカラー積に比例する。測定に使う光のスポット径が磁区よりもじゅうぶん大きければ近似的にいくつかの磁区の平均の磁化の成分を見ることになる。

# 今回学ぶこと

- 磁気カー効果
- 光と磁気の現象論
  - 円偏光と磁気光学効果
  - 光と物質の結びつき
    - 誘電率テンソル
  - マクスウェル方程式

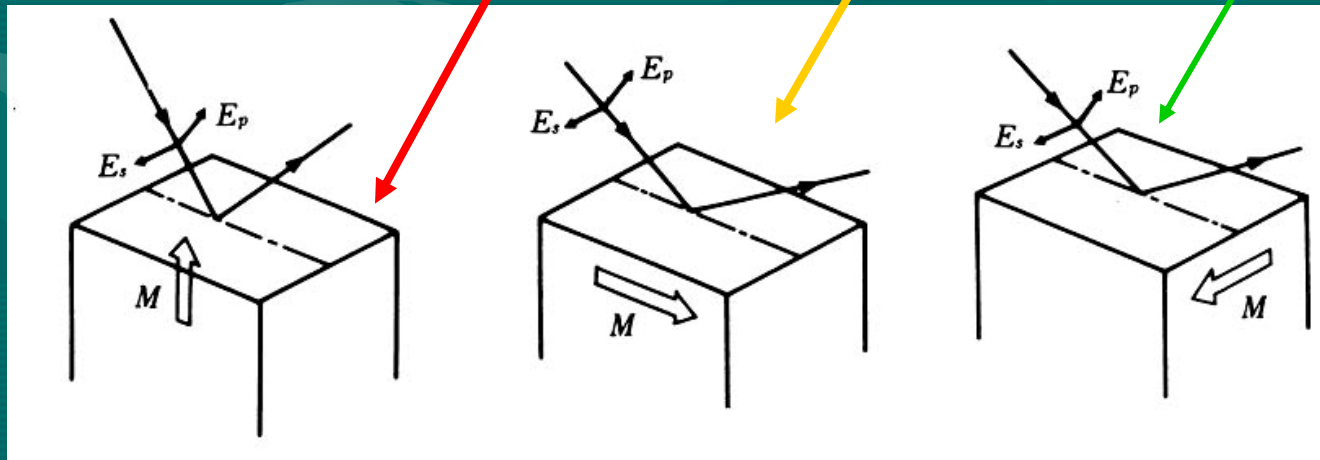


# 磁気カー効果

- 磁気カー効果は、反射光に対するファラデー効果といってもよい。Kerrという人は電気光学効果の研究でも有名で一般にカー効果というと電気光学効果のほうをさすことが多いので区別のため磁気カー効果と呼んでいる。

# 磁気カー効果

- 3つのMO-Kerr 効果
  - **極カー効果** (磁化が反射面の法線方向、直線偏光は傾いた楕円偏光となる)
  - **縦カー効果** (磁化が試料面内 & 入射面内、直線偏光は傾いた楕円偏光となる)
  - **横カー効果** (磁化が試料面内、入射面に垂直偏光の回転はないが磁界による強度変化)



# 代表的な磁性体のカー一回転角

物質名	カー一回転角 (deg)	測定光エネルギー (eV)	測定温度 (K)	磁界 (T)	文献
Fe	0.87	0.75	室温		14)
Co	0.85	0.62	//		//
Ni	0.19	3.1	//		//
Gd	0.16	4.3	//		15)
Fe <sub>3</sub> O <sub>4</sub>	0.32	1	//		16)
MnBi	0.7	1.9	//		17)
CoS <sub>2</sub>	1.1	0.8	4.2	0.4	18)
CrBr <sub>3</sub>	3.5	2.9	4.2		19)
EuO	6	2.1	12		20)
USb <sub>0.8</sub> Te <sub>0.2</sub>	9.0	0.8	10	4.0	21)
CoCr <sub>2</sub> S <sub>4</sub>	4.5	0.7	80		22)
a-GdCo *	0.3	1.9	298		23)
PtMnSb	2.1	1.75	298	1.7	24)
CeSb	90	0.46	1.5	5.0	25)

# 磁気光学スペクトル

- 磁気旋光(ファラデー回転、カー回転)に限らず一般に旋光度は、光の波長に大きく依存する。旋光度の波長依存性を化学の分野では旋光分散(optical rotatory dispersion; ORD)と呼んでいる。物理の言葉では旋光スペクトルである
- 旋光度や円二色性は物質が強い吸光度を示す波長領域で最も大きく変化する。これを化学の方では異常分散と称する
  - 何が異常かということ、一般に吸収のない波長では旋光度は波長の二乗に反比例して単調に変化するのに対し、特定の波長でピークを持ったり、微分波形を示したりするからである

# 磁気光学ヒステリシス ループの波長依存性

- 図はいくつかの測定波長におけるアモルファスGdCo薄膜のカー効果のヒステリシス曲線である
- この図を見るとヒステリシスループの高さばかりでなく、その符号までが波長とともに変わることが分る

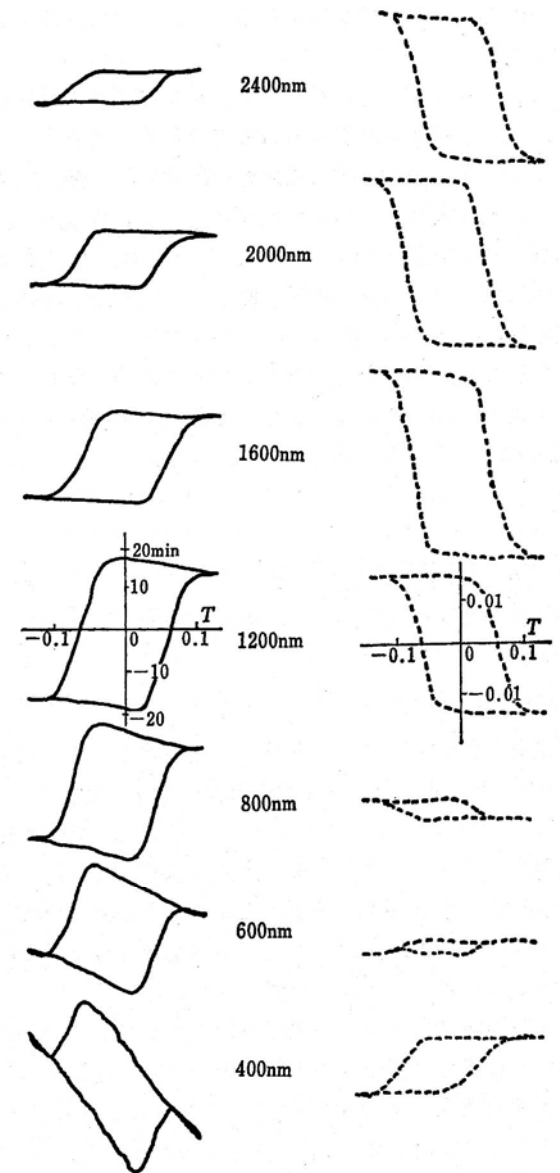
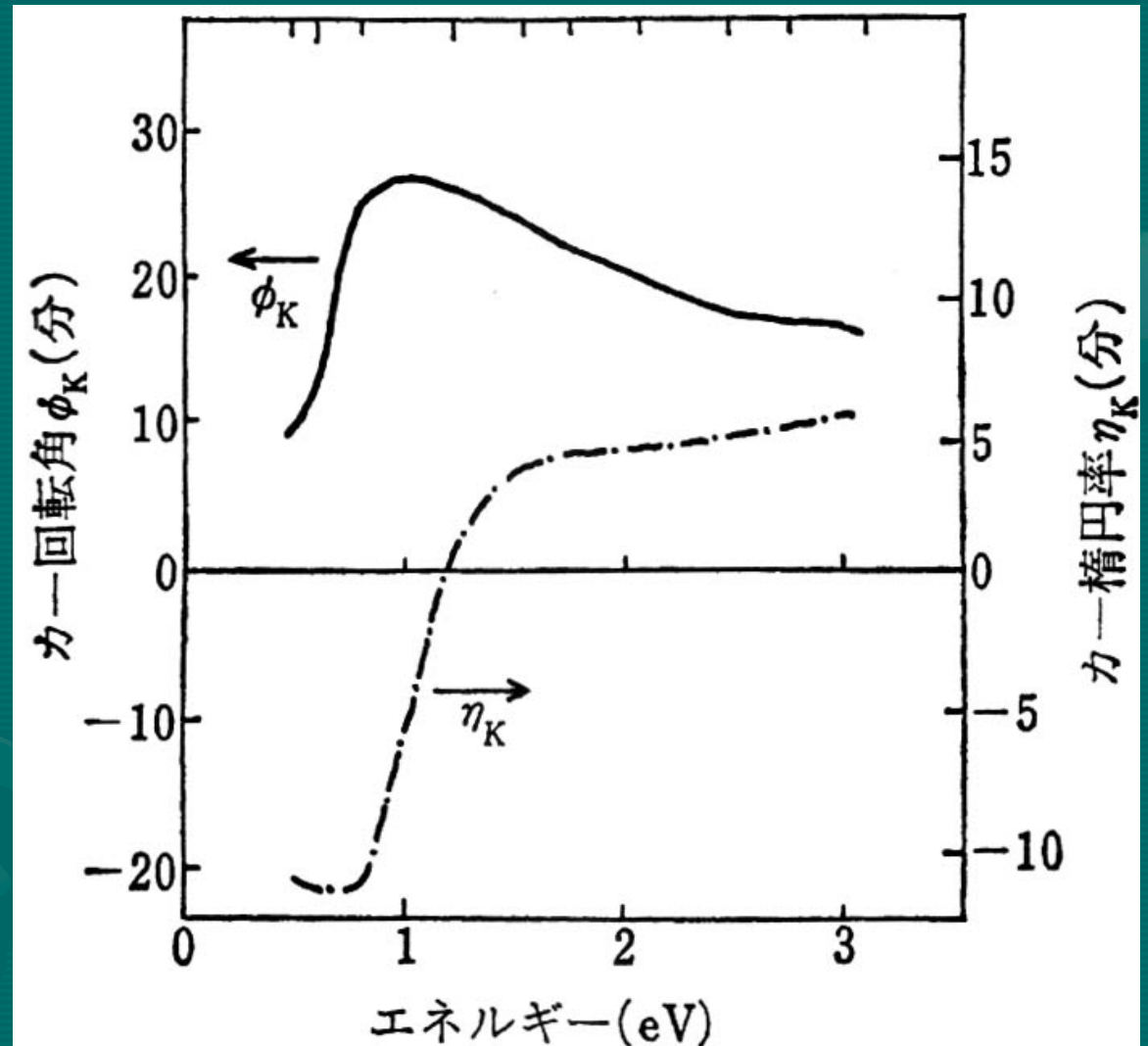


図 2.11 アモルファス GdCo (ガドリニウムコバルト) 薄膜におけるカー効果のヒステリシス曲線の波長依存性 (基板側から測定したもの)<sup>24)</sup>

左側はカー回転角、右側は磁気円二色性 (カー楕円率に相当) を示す。

# GdCoの磁気光学スペクトル

- ゼロ磁界におけるカー回転およびカー楕円率を光子のエネルギーEに対してプロットしたスペクトルは図に示されている。
- (光の波長 $\lambda$ とエネルギーEの関係は、波長 $\lambda$ をnmを単位として表した場合、EをeV単位として $E=1.2398/\lambda$ で与えられる。)



# なぜスペクトル測定？

- なぜエネルギーを横軸にとるかということ、このような磁気光学効果スペクトルはそれぞれの物質の電子エネルギー構造に基づいて生じているものであるからである。
- 第4章で述べるように磁気光学効果は物質中での特定の光学遷移から生じるので、物質の電子構造を調べるための手段として磁気光学効果を用いることもできることを示唆している。

# 光と磁気の現象論

- 第3章では磁気光学効果が物質のどのような性質に基づいて生じるかを述べる。この章では物質のミクロな性質には目をつぶって、物質を連続体のように扱い、偏光が伝わる様子を電磁波の基本方程式であるマクスウェルの方程式によって記述する。物質の応答は誘電率によって表す。この章ではこのようなマクロな立場に立って磁気光学効果がどのように説明できるかについて述べる。



# 円偏光と磁気光学効果

- ここでは旋光性や円二色性が左右円偏光に対する物質の応答の差に基づいて生じることを説明する
- 直線偏光の電界ベクトルの軌跡は(a)のように、振幅と回転速度が等しい右円偏光と左円偏光との合成で表される
- 透過後の光の左円偏光が(b)のように右円偏光よりも位相が進んでいたとするとこれらを合成した電界ベクトルの軌跡は、もとの直線偏光から傾いたものになる。
- (c)のように右円偏光と左円偏光のベクトルの振幅に差が生じたとき、それらの合成ベクトルの軌跡は楕円になる。

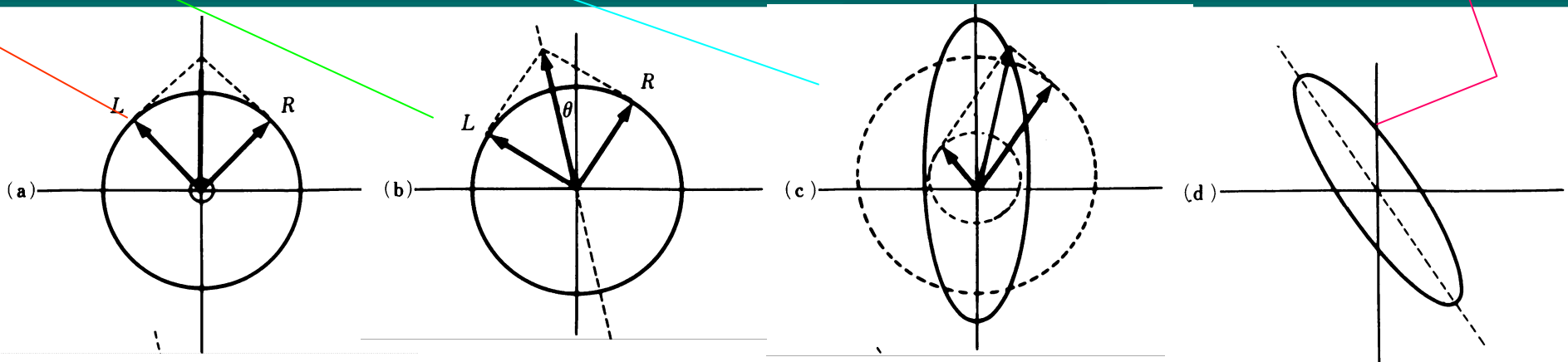
# 円偏光と磁気光学効果

直線偏光は等振幅等速度の左右円偏光に分解できる

媒質を通ることにより左円偏光の位相と右円偏光の位相が異なると**旋光**する

媒質を通ることにより左円偏光の振幅と右円偏光の振幅が異なると**楕円**になる

一般には、主軸の傾いた楕円になる



# 光と物質のむすびつき-誘電率と伝導率-

- 図3.6)をご覧ください。これはビスマス添加YIG(イットリウム鉄ガーネット)の磁気光学効果に関する論文からとったものであるが、測定された反射スペクトル、ファラデー回転スペクトルなどではなく誘電テンソルの対角、非対角成分のスペクトルが示されているのに注意して欲しい。

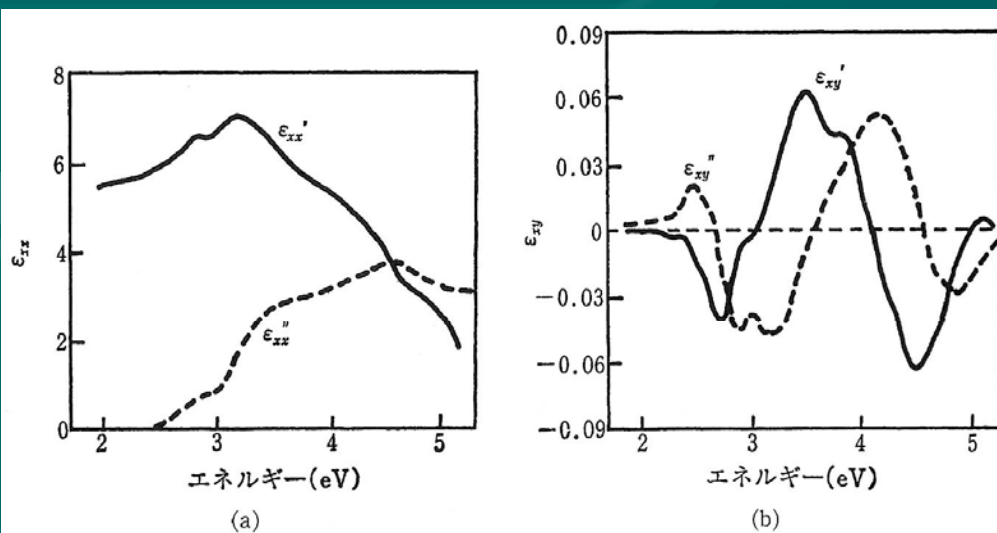


図 3.6 Bi を添加した YIG の誘電率テンソルのスペクトル<sup>3)</sup>  
実線は実数部, 点線は虚数部.

# なぜ誘電テンソルを用いるのか

- 1つは、反射率やカー回転は入射角や磁化の向きに依存する量で、物質固有のレスポンスを表す量ではないが、誘電テンソルは物質に固有の量であるからである。
- 2番目には物質中の電子構造とか光学遷移のマトリックスとかに直接結びつけることができるのが誘電テンソルだからである

# 連続媒体での光の伝搬

- 連続媒体中の光の伝わり方はマクスウェルの方程式で記述される。マクスウェルの方程式については3.3節に詳述するが、ここでは電磁波の電界と磁界との間の関係を与える2階の微分方程式であると理解しておいて欲しい。
- このとき媒体の応答を与えるのが、誘電率  $\epsilon$  または伝導率  $\sigma$  である。磁性体中の伝搬であるから透磁率が効いてくるのではないかと考える人があるかも知れない。しかし、光の振動数くらいの高周波になると巨視的な磁化はほとんど磁界に追従できなくなるため、透磁率を  $\mu \cdot \mu_0$  としたときの比透磁率  $\mu$  は1として扱ってよい。 $\mu_0$  は真空の透磁率でありSI単位系特有のものである。ここに、 $\mu_0 = 1.257 \times 10^{-6} \text{ H/m}$ )
- 誘電率は電束密度  $D$  と電界  $E$  の関係を与える量である。SI単位系を用いているので誘電率は  $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$  ( $\epsilon_0$  は真空の誘電率であり、 $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$  である\*) で与えられる。ここに  $\epsilon_r$  は比誘電率と呼ばれる量でCGS系の誘電率に等しい。以下では、この比誘電率を用いて議論を進める。

# 誘電率テンソル

$$D = \tilde{\epsilon} \epsilon_0 E$$

$$D_i = \epsilon_{ij} \epsilon_0 E_j$$

$D$ も $E$ もベクトルなのでベクトルとベクトルの関係を与える量である $\epsilon$ は2階のテンソル量である。

2階のテンソルというのは、2つの添字をつかって表される量で、 $3 \times 3$ の行列と考えてさしつかえない。

(テンソルを表すため記号 $\sim$ (チルダ)をつける)

# 誘電率テンソル

$$\tilde{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{pmatrix}$$

$$\tilde{\epsilon}' = C_4^{-1} \tilde{\epsilon} C_4 = \begin{pmatrix} \epsilon_{yy} & -\epsilon_{yx} & -\epsilon_{yz} \\ -\epsilon_{xy} & \epsilon_{xx} & \epsilon_{xz} \\ -\epsilon_{zy} & \epsilon_{zx} & \epsilon_{zz} \end{pmatrix}$$

$$\epsilon_{ij} = \epsilon'_{ij} + i\epsilon''_{ij}$$

等方性の媒質 ; M//z軸  
Z軸のまわりの90°  
回転C4に対し不変

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} &= \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{yx} &= -\epsilon_{xy} \\ \epsilon_{xz} &= \epsilon_{yz} = \epsilon_{zx} = \epsilon_{zy} = 0 \end{aligned}$$

$$\tilde{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & 0 \\ -\epsilon_{xy} & \epsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{pmatrix}$$

# 磁化の関数としての誘電率

- さて、磁気光学効果においての各成分は $M$ の関数であるから、は次式のように表せるはずである

$$\tilde{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx}(M) & \varepsilon_{xy}(M) & 0 \\ -\varepsilon_{xy}(M) & \varepsilon_{xx}(M) & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz}(M) \end{pmatrix}$$

- $\varepsilon_{ij}(M)$ を次式のように $M$ でべき級数展開する。

$$\varepsilon_{ij}(M) = \varepsilon_{ij}^{(0)} + \sum_n \frac{1}{n!} \varepsilon_{ij}^{(n)} M^n$$



# 誘電率を磁化Mで展開

- Onsagerの式

$$\varepsilon_{ij}(-M) = \varepsilon_{ji}(M)$$

- 対角成分はMの偶数次のみ、非対角成分はMの奇数次のみで展開できる

$$\varepsilon_{xx}(M) = \varepsilon_{xx}^{(0)} + \sum_n \varepsilon_{xx}^{(2n)} M^{2n} / (2n)!$$

$$\varepsilon_{xy}(M) = \sum_n \varepsilon_{xy}^{(2n+1)} M^{2n+1} / (2n+1)!$$

$$\varepsilon_{zz}(M) = \varepsilon_{zz}^{(0)} + \sum_n \varepsilon_{zz}^{(2n)} M^{2n} / (2n)!$$

- $\varepsilon_{xy}(M)$ がファラデー効果やカー効果をもたらし、 $\varepsilon_{xx}(M)$ と $\varepsilon_{zz}(M)$ の差が磁気複屈折(コットン・ムートン効果)の原因となる。

# 磁気光学効果の式

マクスウェル方程式

$$\text{rot rot } E(\omega) + \frac{\tilde{\varepsilon}(\omega)}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} E(\omega) = 0$$

固有方程式

$$\begin{pmatrix} \hat{N}^2 - \varepsilon_{xx} & -\varepsilon_{xy} & 0 \\ \varepsilon_{xy} & \hat{N}^2 - \varepsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & -\varepsilon_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = 0$$

固有値

$$\hat{N}_{\pm}^2 = \varepsilon_{xx} \pm i\varepsilon_{xy}$$

固有関数：左右円偏光

非対角成分がないとき：左右円偏光の応答に差がない



磁気光学効果は生じない

# 誘電率と電気伝導率(導電率)

- 電流密度と電界の関係

$$J = \tilde{\sigma}E$$

$$J_i = \sigma_{ij}E_j$$

- 伝導率テンソルは

$$\tilde{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$

と表される。誘電率と伝導率には次の関係がある

$$\varepsilon_{ij} = \delta_{ij} + i \frac{\sigma_{ij}}{\omega \varepsilon_0}$$

# 誘電率と伝導率のどちらを使うか

- 比誘電率と伝導率のいずれを用いて記述してもよいのであるが、一般には金属を扱うときはの方を、絶縁体であればの方を用いるのが普通である。
- 金属の誘電率は、 $\omega \rightarrow 0$ の極限すなわち直流においては自由電子の遮蔽効果のために発散してしまうが、伝導率は有限の値に収束するので都合がよいからである。