

磁性の基礎

佐藤勝昭

JSTさきがけ「次世代デバイス」研究総括
(東京農工大学名誉教授)

第10回スピントロニクス入門セミナー
2011.12.08

1. はじめに

- ▶ 半導体の人には「磁性はわかりにくい」という。まず、基礎となる原子の磁気モーメント、原子間交換相互作用などの概念が難しい。それも、金属磁性体と絶縁性磁性体とで異なった電子状態を考える必要があり概念がつかみにくい。
 - ▶ スピンに依存するバンド構造、それにもとづくハーフメタルの概念や、スピンに依存するトンネル電気伝導、スピン注入磁化反転のように、難解な先端的な話題が多い。
 - ▶ その一方では、強磁性体の特徴ともいえる磁気ヒステリシスや磁区が、物質固有のものではなく形状、サイズ、構造に対する敏感性をもち、ミクロな磁性では説明できず、巨視的な磁気モーメントの運動を考えなければならないこと・・・等々、大学、特に工学部、の学士課程では教えきれないくらい多岐にわたる物理現象が関連していることが、「わかりにくさ」の原因である。
 - ▶ この解説では、細かい枝葉の厳密性には目をつぶって、磁性についてのおよその概念をつかんでいただくことをめざす。
-

2. 磁性の起源

バンドモデル(遍歴電子磁性)

- ▶ 遷移金属・合金

局在モデル(局在電子磁性)

- ▶ 遷移金属酸化物

共存モデル

- ▶ 希土類金属
 - ▶ 希薄磁性半導体
-



強磁性(Ferromagnetism)

- ▶ Ferroというのは「鉄の」という意味で鉄に代表されるような磁氣的性質という意味である。
 - ▶ 鉄に代表される性質とは、外部磁界を加えなくても磁化をもつ、即ち、自発磁化をもつことである。
 - ▶ 強磁性体の例：
 - 遷移金属 Fe, Co, Ni,
 - 遷移金属合金: $\text{Fe}_{1-x}\text{Ni}_x$, $\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x$, $\text{Co}_{1-x}\text{Cr}_x$, $\text{Co}_{1-x}\text{Pt}_x$, $\text{Sm}_{1-x}\text{Co}_x$
 - 金属間化合物: PtMnSb, MnBi, $\text{NdFe}_2\text{B}_{14}$
 - 酸化物・カルコゲナイド・ニクタイト、ハライド:
 $\text{La}_{1-x}\text{Sr}_x\text{MnO}_3$, CrO_2 , CdCr_2S_4 , Cr_3Te_4 , MnP, CrBr_3
-



2.1 バンドモデル

- ▶ 通常の磁性の教科書は、原子磁石から出発して常磁性を説明し、原子間交換相互作用を用いて強磁性、反強磁性などを説明し、分子場理論で磁化の温度変化、キュリー温度などを説明する局在電子モデルに基づいており、金属のバンドモデルにもとづく遍歴電子磁性に触れるのはその後になっている。
 - ▶ 一方、半導体を学んできた研究者にとっては、バンドモデルを出発点にすることに慣れている。
 - ▶ またスピンエレクトロニクスにおいては、スピン偏極バンドをベースに考えることが多い。
 - ▶ ここでは、バンドモデルにもとづく金属磁性を出発点にとって、電子相関の強い極限として局在モデルを扱う。
-



スレーター・ポーリング曲線

- ▶ 種々の遷移金属合金について1原子あたりの原子磁気モーメントと平均電子数の関係を示した曲線
- ▶ Crから始まって45°の傾斜で上昇する半直線か、Fe₃₀Co₇₀付近からNi₆₀Cu₄₀に向かって-45°で下降する半直線のいずれかに載っている。

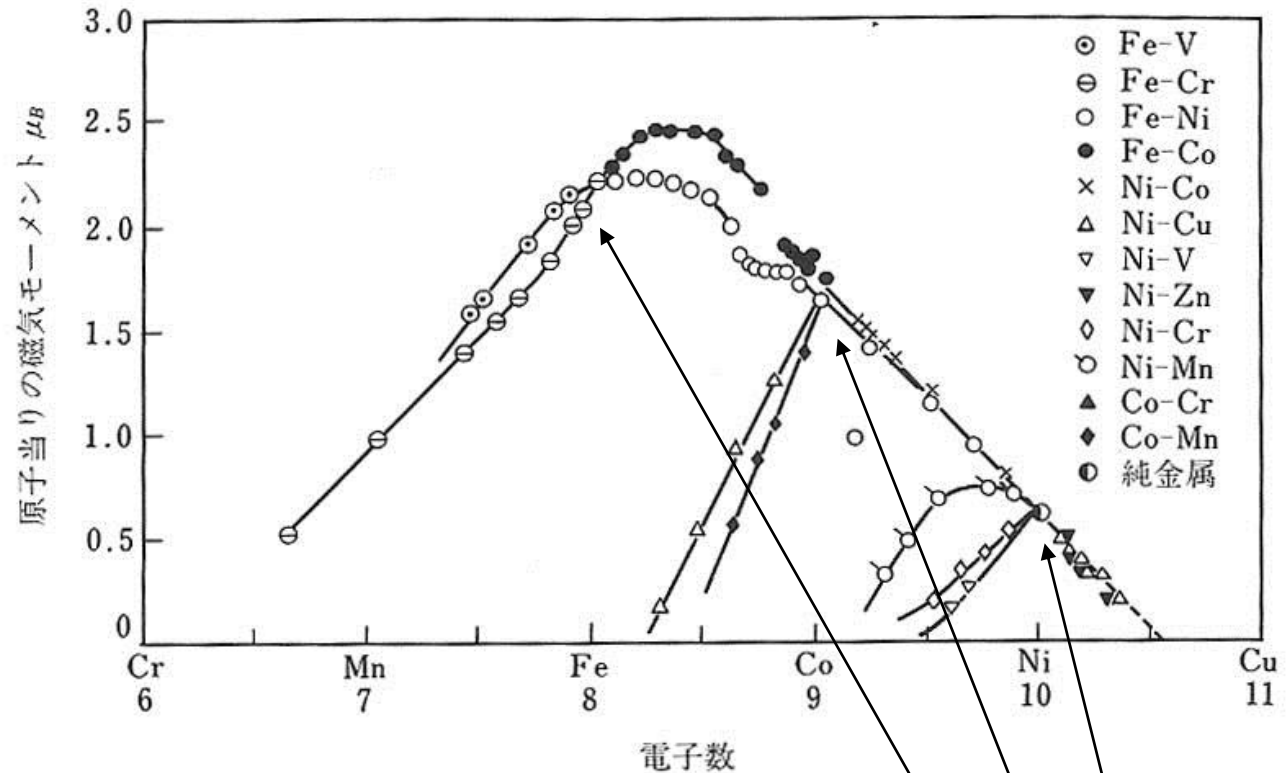


図 5・1 スレーター・ポーリング曲線

Fe, Co, Niの磁気モーメントはそれぞれ2.2, 1.7, 0.6 μ_B 、この値はフント則から期待される値より小さい。

鉄のバンド構造

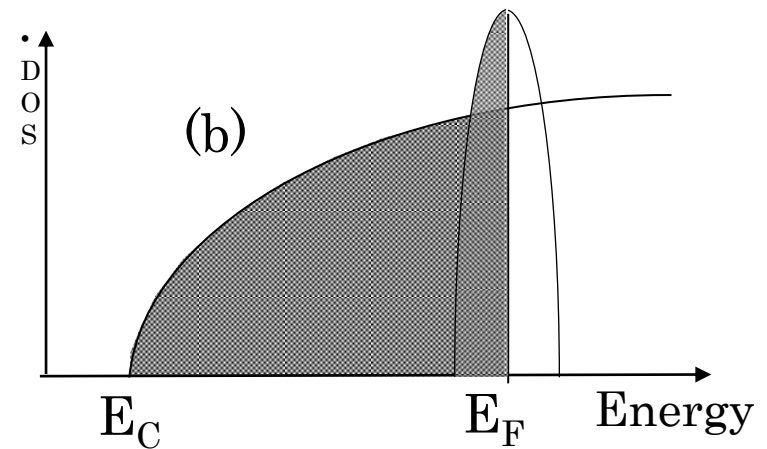
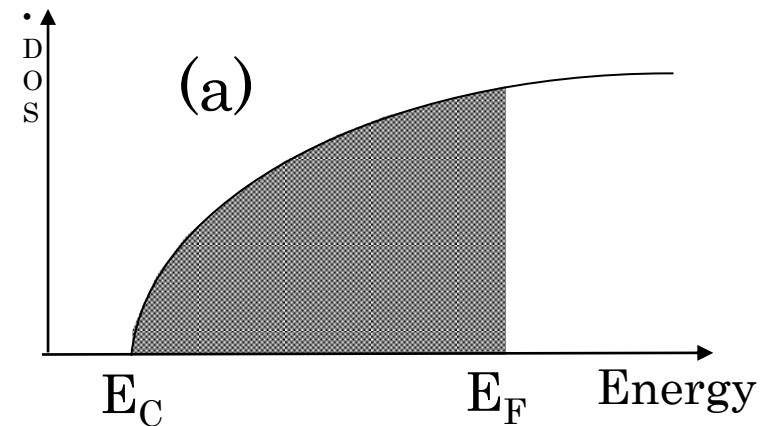
- ▶ 磁性体といえ、だれもが鉄Feを思い浮かべる。Feは金属である。
- ▶ 一般に金属であればエネルギーバンドモデルでは伝導帯の電子状態の一部が占有され残りが空いているような電子構造を持つはずである。
- ▶ 鉄のバンド構造はどうなっているのだろうか？



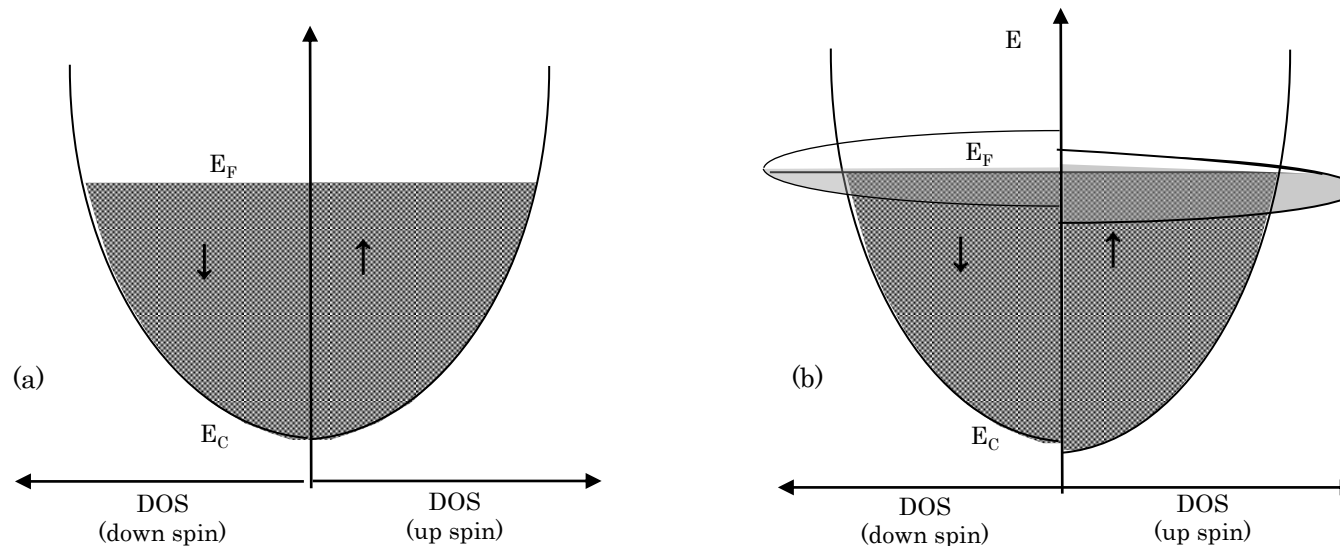
通常金属と遷移金属の状態密度

(a)はアルカリ金属(Na,Kなどのs電子に由来するバンド状態密度である。

(b)は、磁性をもたない遷移金属のバンド状態密度である。s電子帯に加えて、狭く状態密度の高いd電子帯が重畳している。

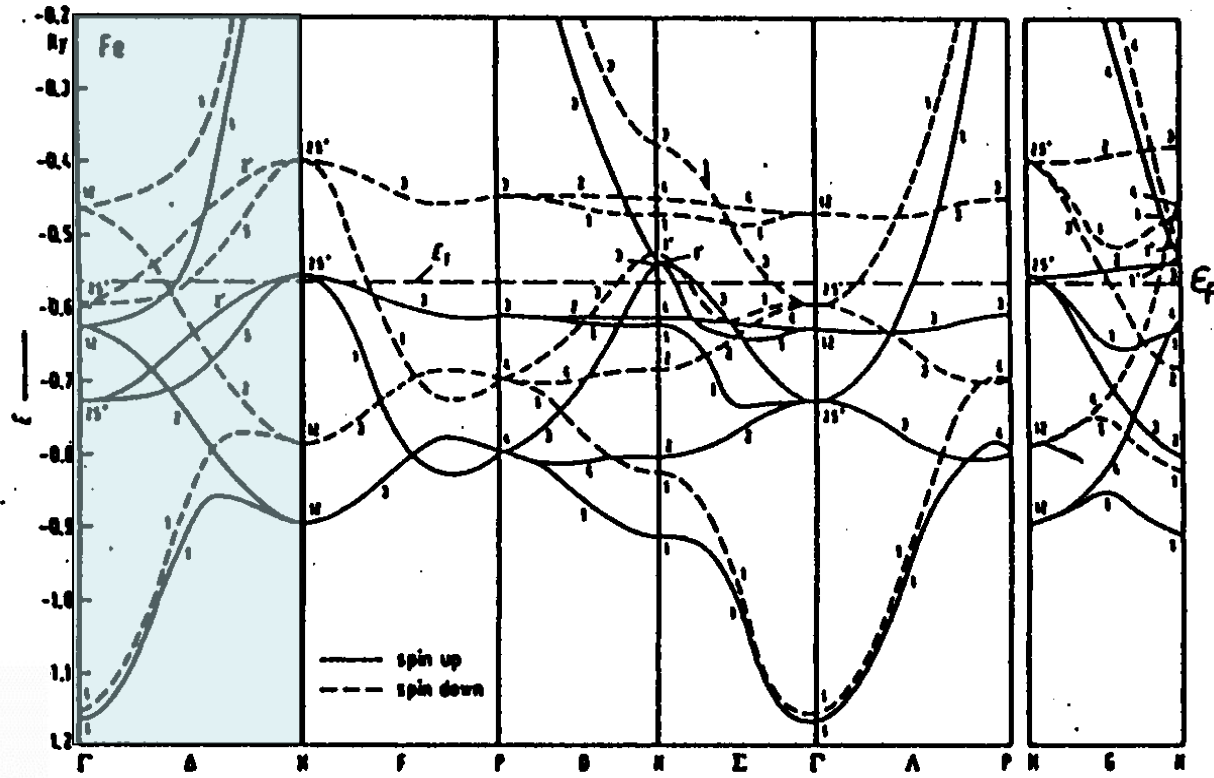


常磁性金属と強磁性遷移金属



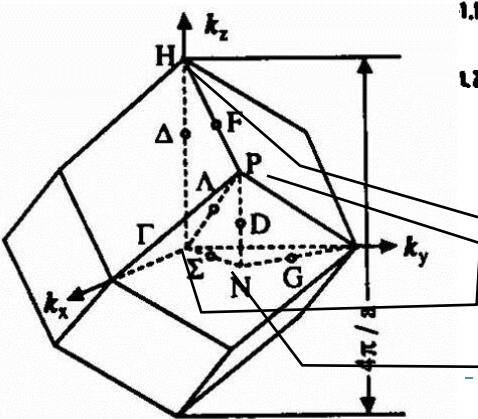
- ▶ 磁性がある場合のエネルギーバンドを考えるに当たっては、電子のスピンのごとくバンドを考えなければならない。右側が上向きスピン、左側が下向きスピンを持つ電子の状態密度である。
- ▶ 普通の非磁性金属では図(a)のように、左右対称となる。これに対し、強磁性体では、図(b)に示すように上向きスピンバンドと下向きスピンバンドとに分裂する。分裂は、狭い3dバンドで大きく、広いspバンドでは小さい。この分裂を交換分裂という

強磁性金属のスピンの偏極バンド構造



— ↑スピンバンド
 - - - ↓スピンバンド

↑スピンバンドと↓スピンバンドの占有状態密度の差によって磁気モーメントが決まる

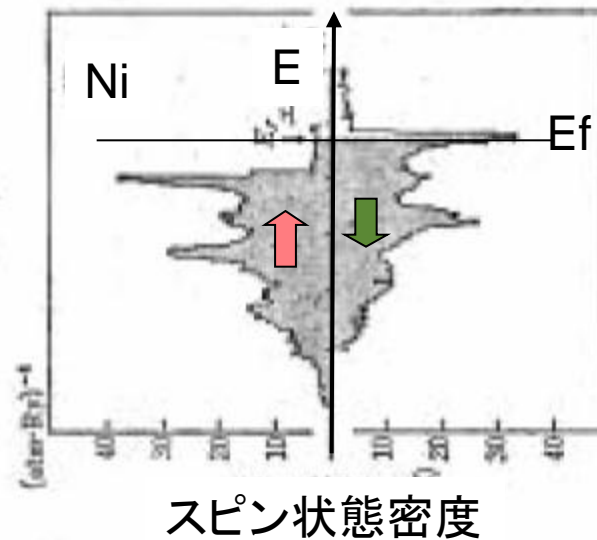
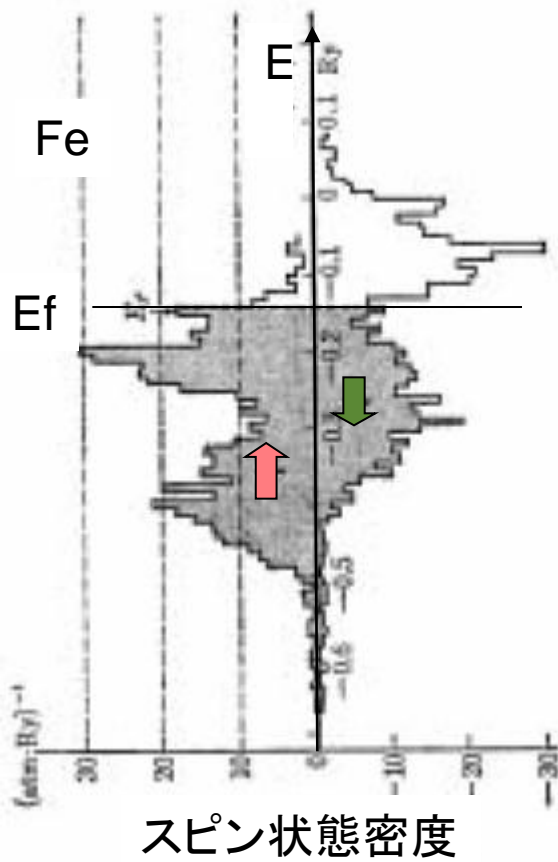


(b) Feのバンドダイヤグラム[2]

FeとNiのバンド状態密度

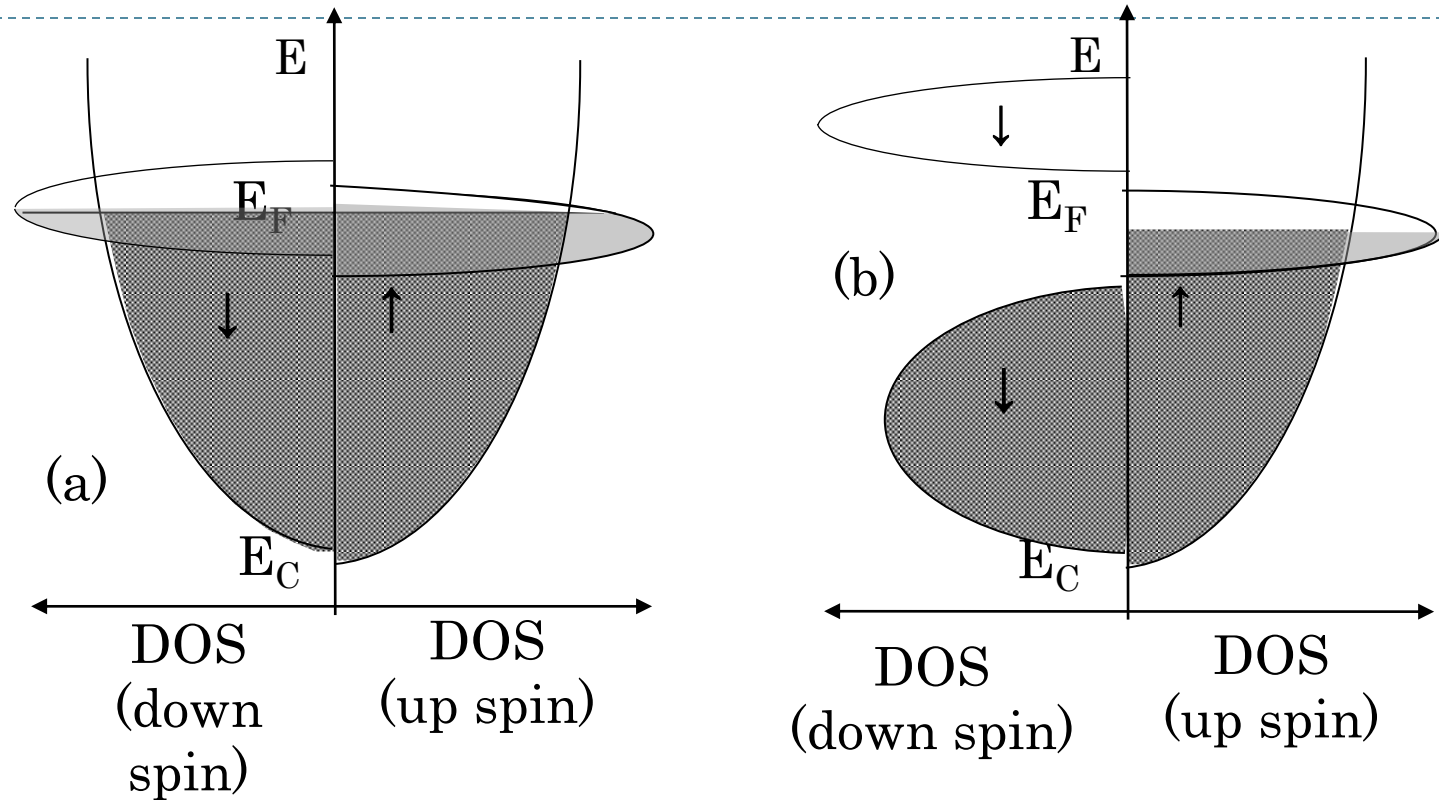
Feは↑スピンバンドに比し↓バンドの状態密度がかなり小さい。 $n_{\uparrow} - n_{\downarrow} = 2.2$

- Niは↑スピンバンドは満ち、↓バンドにはわずかな正孔しかない。 $n_{\uparrow} - n_{\downarrow} = 0.6$



↓バンドに0.6個の空孔があると、Cuからs電子が流れこみ、Cuが40%合金したときモーメントを失う。

ハーフメタルとは？



(a) 通常の強磁性体金属はup spin, down spinとも金属的

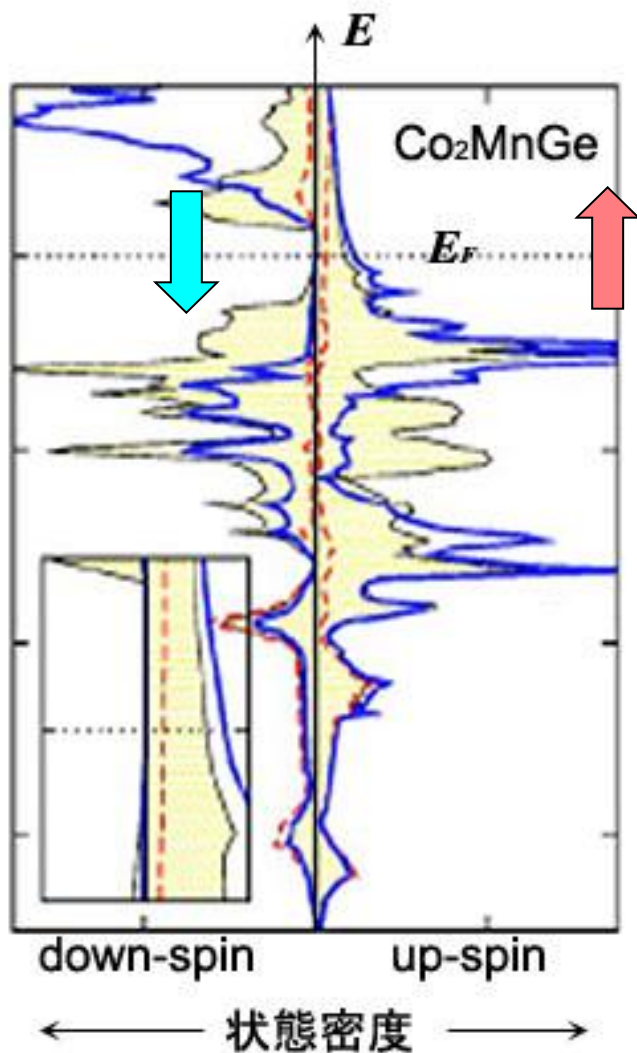
(b) Half metalではup spinは金属、down spinは半導体

ハーフメタルとスピンエレクトロニクス

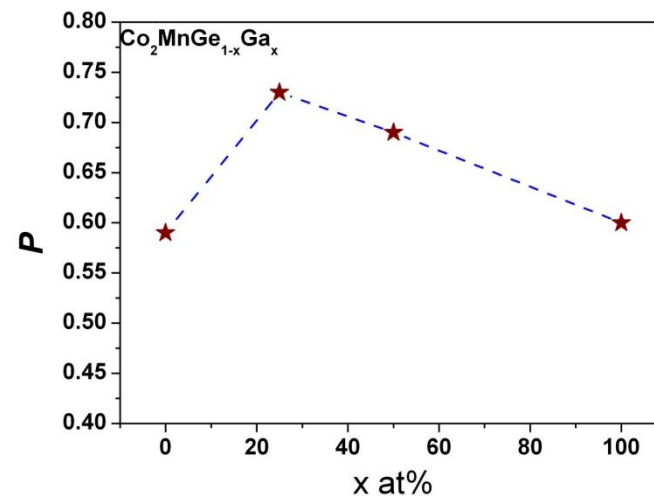
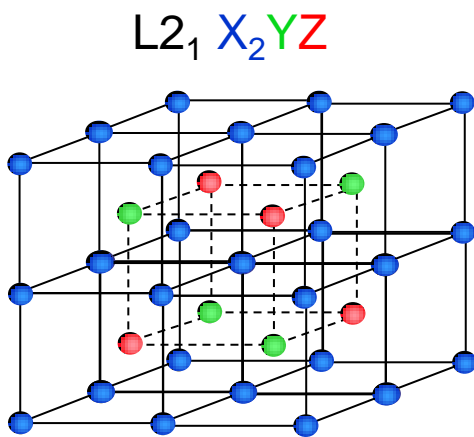
- ▶ たとえば、磁気トンネル接合(MTJ)素子のところから出てくるホイスラー合金 Co_2CrAl などがその例
 - ▶ 上向きスピンのバンドを見る限り金属のように伝導帯の一部が占有された構造をとるのに対し、下向きスピンのバンドにおいては、半導体のように電子に占有された価電子帯と電子に占有されない伝導帯がバンドギャップを隔てて分かれており、フェルミ準位はバンドギャップの中に存在する。
 - ▶ このような構造をとると、フェルミ準位における電子状態は100%スピン偏極する。MTJにおいて磁気抵抗比はスピン偏極率の関数で与えられるので、ハーフメタルが注目される
-



ハーフメタル：Co₂MnGe



- ▶ ↑スピンは金属、
- ▶ ↓スピンは半導体
- ▶ Geの一部をGaに置き換えるとスピン偏極率が上がる

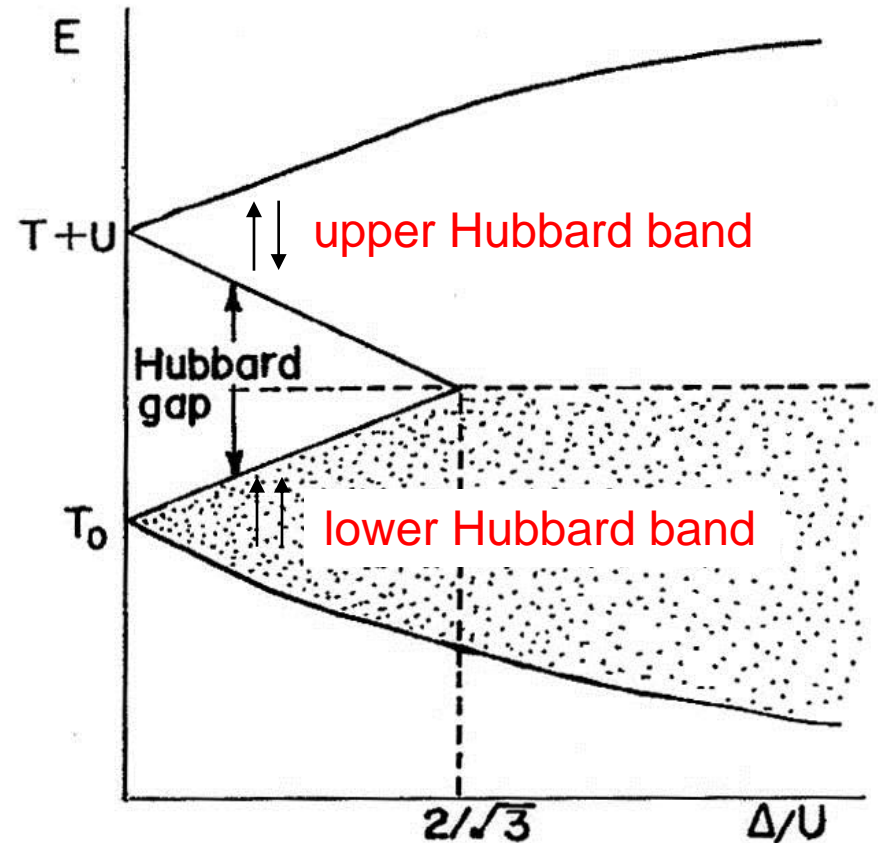


バンドと電子相関

- ▶ 通常のバンド計算では、電子間の位置の相関を平均的なものに置き換える近似を行うので真の電子間相互作用は求まらない。
 - ▶ バンドモデルが適用できるのは、金属磁性体に限られる。MnOやNiOのような絶縁性の磁性体を単純にバンド計算すると金属になってしまう。これは、電子相関が考慮されていないからである。
 - ▶ **電子相関**とは、フントの規則のように電子同士のクーロン相互作用がスピンの依存することから生じる。つまり、同じ向きのスピンをもつ2つの電子は同じ軌道に入ることがないので重なりが小さくクーロン相互作用も小さいが、逆向きスピンの2つの電子は同じ軌道を運動できるのでクーロン相互作用が強くなって、エネルギー的に不安定になるため、電子の移動を妨げる効果である。この2つの状態の間のエネルギー差は電子相関エネルギーと呼ばれ、 U で表され、数eVのオーダーである。
-

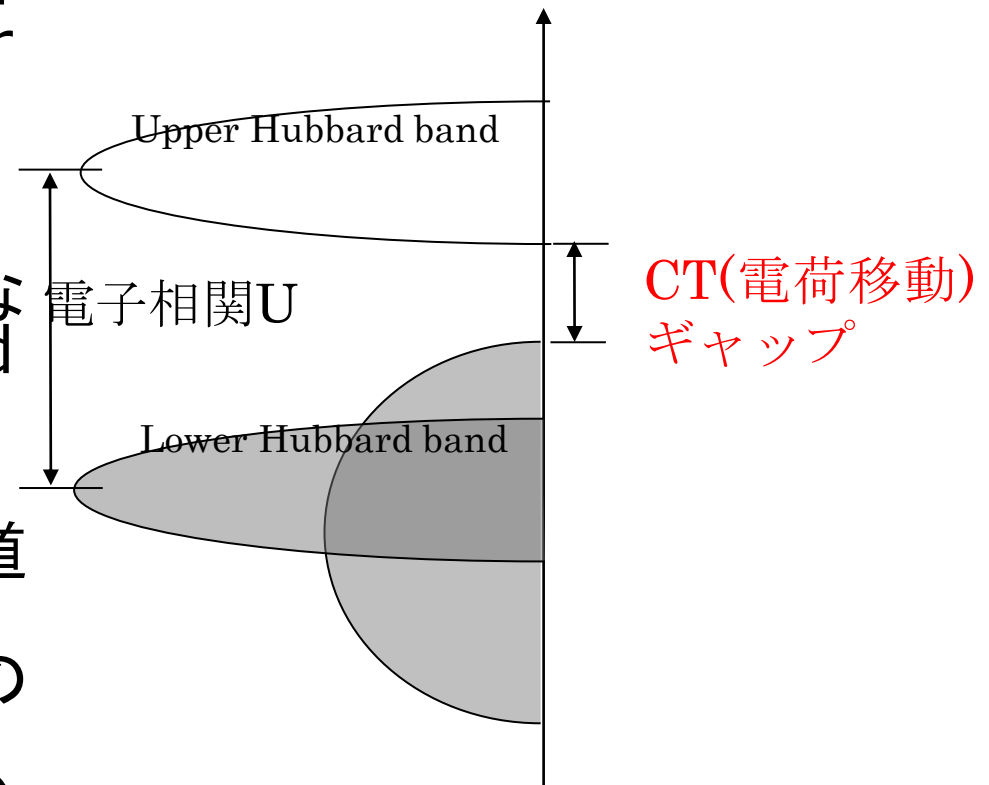
2.2 ハバードモデル

- ▶ バンドモデルに電子相関を導入する手法がハバードモデルである。Fig. 3は、横軸を Δ/U にとったとき、電子のエネルギー準位が Δ/U に對しどのように変わるかを示した図である。ここに Δ はバンド幅で電子の移動のしやすさの尺度である。 T_0 は満ちたバンドの平均エネルギーである。
- ▶ バンド幅が電子相関エネルギーに比べ十分小さなとき、すなわち、 $\Delta/U \ll 2/3^{1/2}$ のときは**禁制帯**が現れ、系は絶縁体となる。 $\Delta/U \rightarrow 0$ は局在性の強い極限で、電子移動が起きるには U だけ余分のエネルギーが必要である。このため、電子は原子付近に束縛され、局在電子系として振る舞う。



電荷移動型絶縁体

- ▶ MnOは電荷移動型絶縁体と考えられている。Mn²⁺においては3d電子5個がスピンを揃えてlower Hubbard bandの5個の軌道を占有している。ここに1個電子を付け加えようとする、逆向きのスピンを付け加えなければならないので、upper Hubbard bandに入り、電子相関Uだけエネルギーを損する。
- ▶ 実際には、酸化物イオンのp軌道からなる価電子帯が満ちたバンドの頂にくるので、ギャップはこの状態と3d電子系のupper Hubbard bandの間に開いている。これを電荷移動型ギャップという。



2.3 局在電子モデル

- ▶ 原子の位置に局在した多電子系では、通常フントの規則に従うように軌道角運動量とスピン角運動量が決められる。
- ▶ **3d遷移金属**イオンでは、3d電子が配位子のp軌道と混成し、**軌道角運動量はほぼ消失**している。
- ▶ **4f希土類**では、4f軌道は孤立原子内の状態とあまり変わらないので、**全角運動量がよい量子数**である。



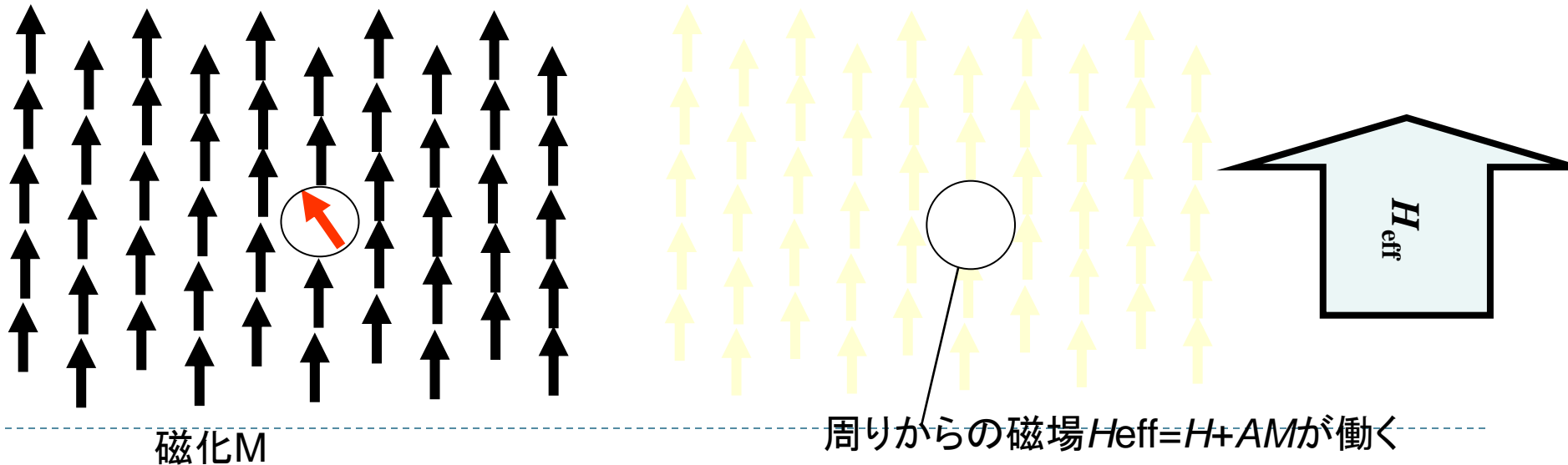
局在電子系の磁性

- ▶ 常磁性体に誘起される平均の磁気モーメントは室温で $B=100\text{mT}$ の磁界のもとでも 10^{-2}emu/cc 程度の小さな量である。
 - ▶ これに対して、強磁性体では、磁界を印加しなくても 10^3emu/cc という大きな自発磁気モーメントを持っている。
 - ▶ ワイスは、原子の磁気モーメントが周りの磁気モーメントからの場(分子場)を受けて整列しているというモデルを立てて、強磁性体の自発磁化を説明した。
-



2.4 M-T曲線とキュリーワイス則の 分子場理論による説明

- ▶ 1つの磁気モーメントを取り出し、その周りにおけるすべての磁気モーメントから生じた有効磁界によって、考えている磁気モーメントが常磁性的に分極するならば自己完結的に強磁性が説明できる
- ▶ これを分子場理論、有効磁界を分子磁界または分子場 (molecular field) と呼ぶ。



分子場理論

分子場係数

- ▶ 磁化 M をもつ磁性体に外部磁界 H が加わったときの有効磁界は $H_{\text{eff}}=H+AM$ と表される。 A を分子場係数と呼ぶ。
- ▶ 分子場係数 A は J_{ex} を交換相互作用係数、 z を配位数として $A=2zJ_{\text{ex}}/N(g\mu_{\text{B}})^2$ で与えられる。
- ▶ この磁界によって生じる常磁性磁化 M は、 $M=M_0B_J(g\mu_{\text{B}}H_{\text{eff}}J/kT)$ という式で表される。
- ▶ $M_0=Ng\mu_{\text{B}}J$ はすべての磁気モーメントが整列したときに期待される磁化。

分子場理論

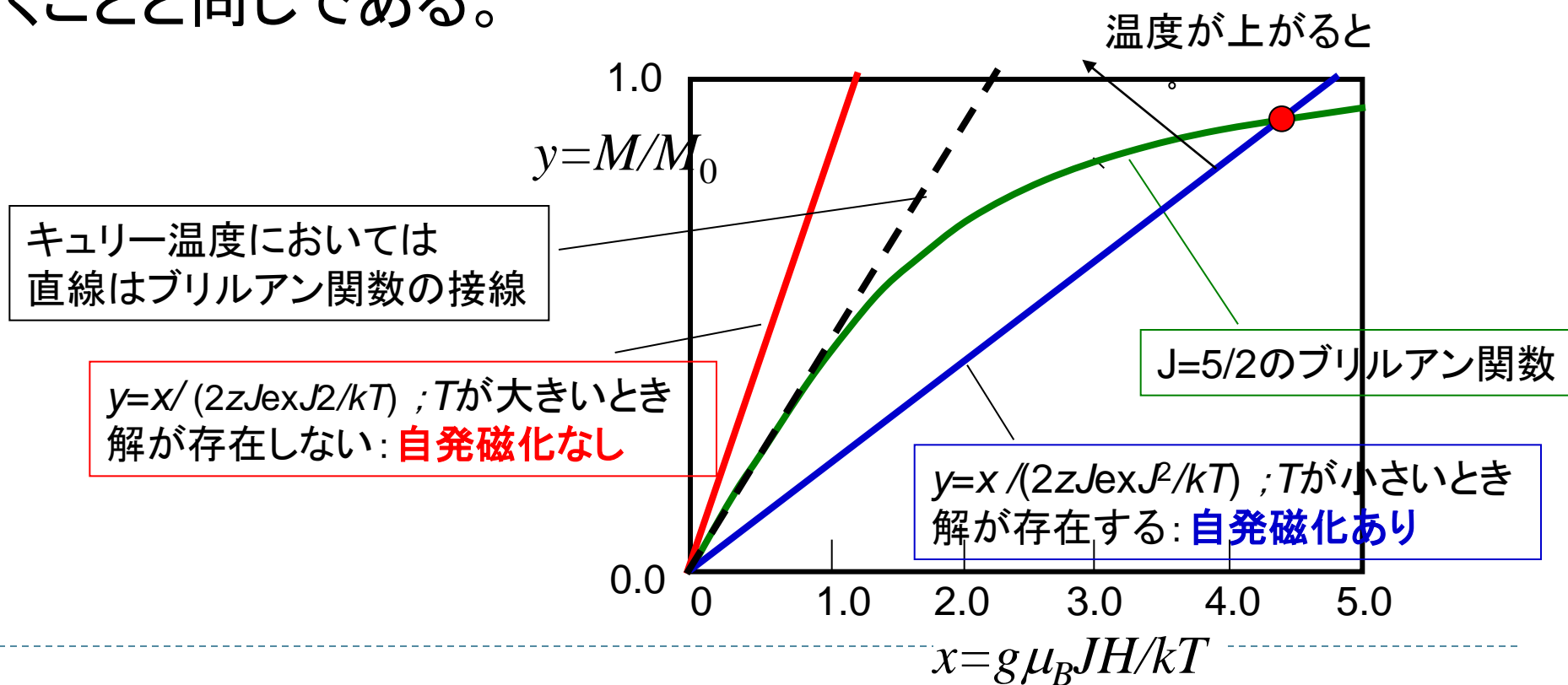
自発磁化が生じる条件を求める

- ▶ $H_{\text{eff}}=H+AM$ であるから、 $H=0$ のとき $H_{\text{eff}}=AM$
 - ▶ 自発磁化が生じるには $H_{\text{eff}}=AM$ を $M=M_0 B_J(g\mu_B H_{\text{eff}}/kT)$ に代入して
 - ▶ $M/M_0=B_J(g\mu_B JH_{\text{eff}}/kT)=B_J(g\mu_B JAM/kT)$ が成立しなければならない。
 - ▶ A に分子場係数の式 $A=2zJ_{\text{ex}}/N(g\mu_B)^2$ を代入して $M/M_0=B_J(2zJ_{\text{ex}}g\mu_B MJ/N(g\mu_B)^2kT)$
 - ▶ ここで $M_0=Ng\mu_B J$ を使って書き直すと $M/M_0=B_J((2zJ_{\text{ex}}J^2/kT) M/M_0)$ を得る。
-



$M/M_0 = B_J((2zJ_{\text{ex}}J^2/kT) M/M_0)$ を解く

- ▶ $y=M/M_0$ 、 $x=(2zJ_{\text{ex}}J^2/kT) M/M_0$ とすると、上の方程式を解くことは、**曲線** $y=B_J(x)$ と**直線** $y=x/(2zJ_{\text{ex}}J^2/kT)$ を連立して解くことと同じである。



分子場理論

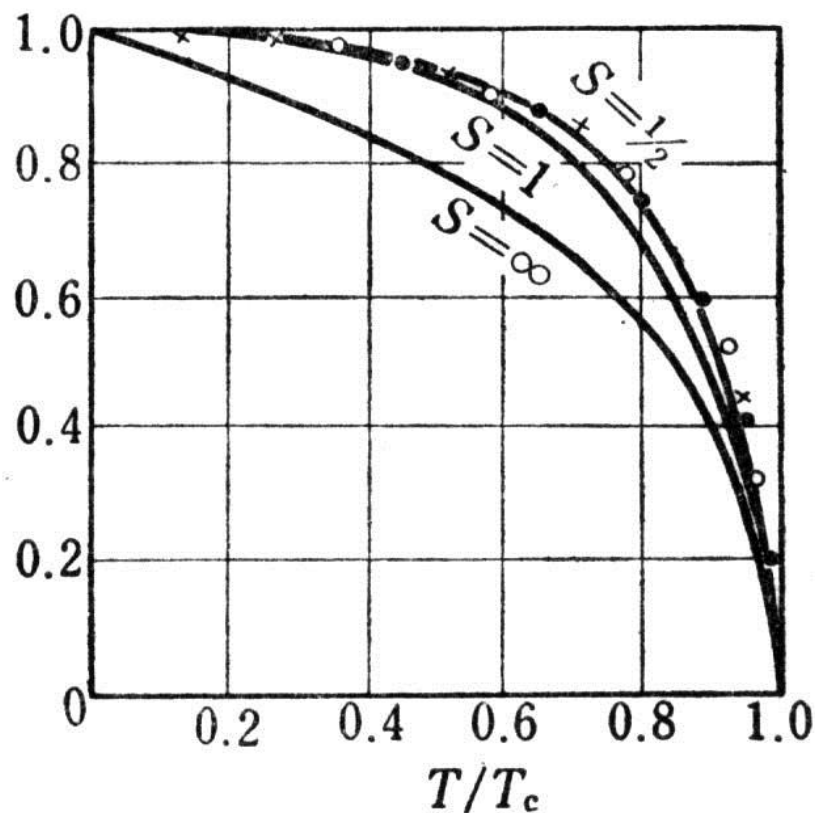
キュリー温度

- ▶ 温度が低いとき、直線の傾斜はゆるく、ブリルアン曲線と直線とは $y=M/M_0=1$ 付近で交わる。
- ▶ 温度が上昇すると y の小さいところ交わる。
- ▶ 高温になると、0以外に交点を持たなくなる
- ▶ $(2zJ_{\text{ex}}J^2/kT)$ $y=x$ の勾配と $y=B_J(x)$ の接線の勾配が等しいときが **キュリー温度** を与える。
- ▶ $x=0$ 付近では $y \sim x/3$ であるから、 $3y=x$ と書ける。
- ▶ 従って、 T_c は $2zJ_{\text{ex}}J^2/kT_c=3$ によってきまる。即ち $T_c=2zJ_{\text{ex}}J^2/3k$ となる。

分子場理論

自発磁化の温度変化

- ▶ さまざまなJについて、分子場理論で交点の M/M_0 を T に対してプロットすると磁化の温度変化を求めることができる。ニッケルの磁化温度曲線は $J=1/2$ でよく説明される。



×は鉄、●はニッケル、○はコバルトの実測値、実線はJとしてスピン $S=1/2, 1, \infty$ をとったときの計算値

分子場理論

キュリーワイスの法則

- ▶ キュリー温度 T_c 以上では、磁気モーメントはバラバラの方向を向き、常磁性になる。分子場理論によれば、このときの磁化率は次式で与えられる。

$$\chi = \frac{C}{T - \Theta_p}$$

- ▶ この式をキュリーワイスの法則という。
- ▶ C はワイス定数、 Θ_p は常磁性キュリー温度という
- ▶ $1/\chi$ を T に対してプロットすると $1/\chi = (T - \Theta_p)/C$ となり、横軸を横切る温度が Θ_p である。



分子場理論

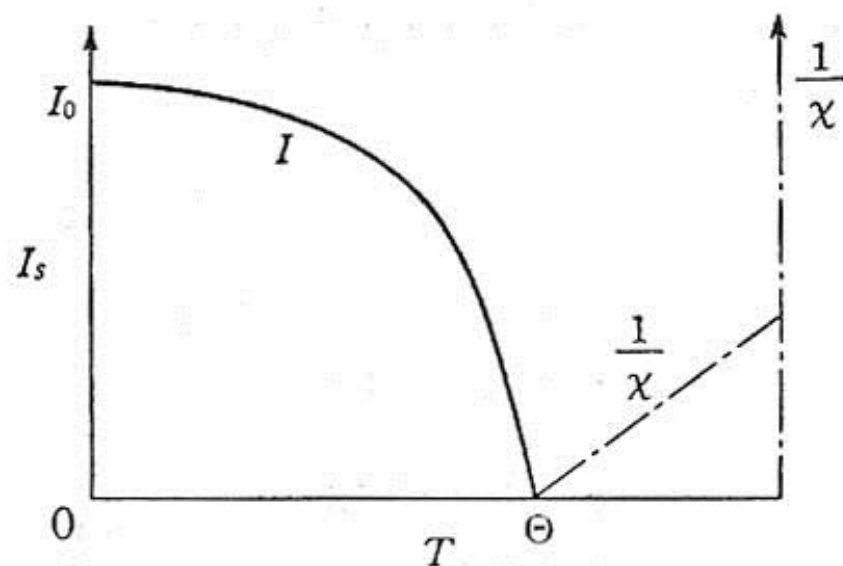
キュリーワイスの法則を導く

- ▶ $H_{\text{eff}} = H + AM$
 - ▶ $M/H_{\text{eff}} = C/T$ (M と H_{eff} の間にキュリーの法則が成立すると仮定する)
 - ▶ $M/(H + AM) = C/T \rightarrow MT = C(H + AM)$
従って、 $M(T - CA) = CH$ より
 - ▶ $\chi = M/H = C/(T - CA)$ となる。 $CA = \Theta_p$ と置けば
キュリーワイスの法則が導かれる。すなわち
$$\chi = C/(T - \Theta_p)$$
-



自発磁化の温度変化

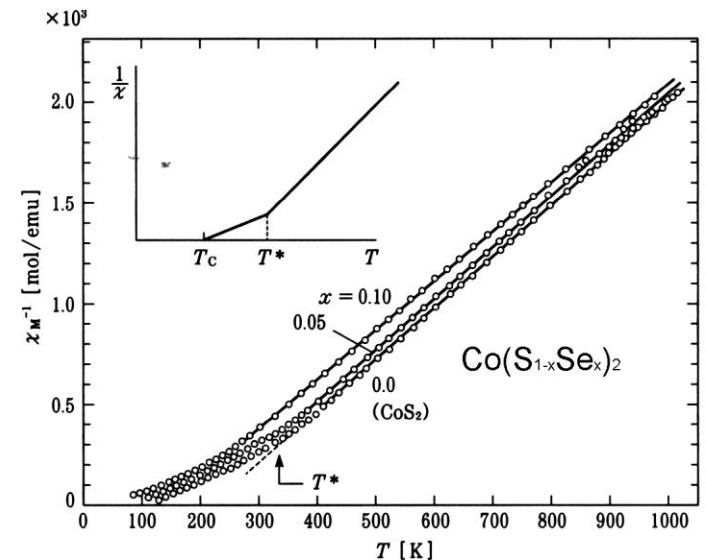
- ▶ 強磁性体の自発磁化の大きさは温度上昇とともに減少し、キュリー温度 T_c において消滅する。
- ▶ T_c 以上では常磁性である。常磁性磁化率の逆数は温度に比例し、ゼロに外挿するとキュリー温度が求まる。



4-3 図 自発磁化の温度変化と Curie 点以上の磁化率

金属磁性体での常磁性磁化率

- ▶ 金属常磁性体においてはパウリのスピン常磁性という温度に依存しない弱い磁性が観測される。
- ▶ 金属強磁性体の常磁性相では、キュリーワイス的な χ - T 曲線が観測されることが多い。
- ▶ 例えば、 CoS_2 では T^* 以上でキュリーワイスになる。これは、SCR理論によって説明されている。
SCR: self consistent renormalization



2.5 交換相互作用(exchange interaction)

- ▶ 交換相互作用という言葉はもともとは多電子原子の中で働くクーロン相互作用の算出において、電子同士を区別できないことから来るエネルギーの補正項のことで、原子内交換相互作用といえます。(intra-atomic exchange interaction)
- ▶ この概念を原子間に拡張したのが、原子間交換相互作用(inter-atomic exchange interaction)です

ウンチクコーナー

イントラ(intra)とインター(inter): イントラは内部のといういみの接頭辞、インターは複数のものの間のという意味の接頭辞です。イントラネット、インターネットということばもここから来ています

原子内交換相互作用

- ▶ 原子内交換相互作用は、本質的にクーロン相互作用です。2つの電子(波動関数を φ_1, φ_2 とする)の間に働くクーロン相互作用のエネルギー H は、 $H = K_{12} - (1/2) J_{12}(1 + 4s_1s_2)$ で表されます。
- ▶ K_{12} は、次式で与えられるクーロン積分です。

$$K_{12} = \int dr_1 dr_2 \varphi_1^*(r_1) \varphi_2^*(r_2) \left(-\frac{e^2}{r_{12}} \right) \varphi_1(r_1) \varphi_2(r_2)$$

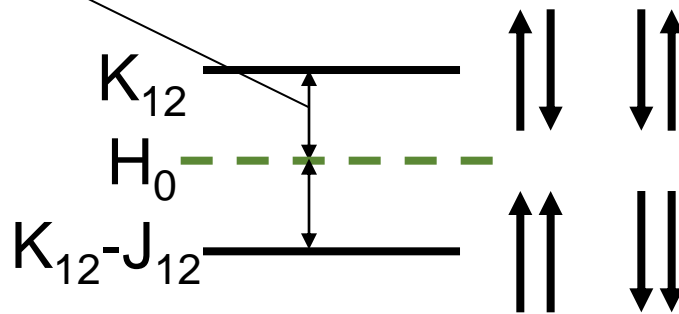
- ▶ J_{12} は次式で与えられる交換積分で、電子が区別できないことからくる項です。

$$J_{12} = \int dr_1 dr_2 \varphi_1^*(r_1) \varphi_2^*(r_2) \left(-\frac{e^2}{r_{12}} \right) \varphi_1(r_2) \varphi_2(r_1)$$



原子内交換相互作用

- ▶ $H = K_{12} - (1/2) J_{12}(1 + 4s_1s_2)$
の固有値は、
 $= K_{12} - J_{12}$ (s_1 と s_2 が同符号のとき)
 $= K_{12}$ (s_1 と s_2 が異符号のとき)
- ▶ H と平均のエネルギー($H_0 = K_{12} - J_{12}/2$)との差
 $-2J_{12}s_1s_2$ のことを原子内交換エネルギーと呼びます。



原子間交換相互作用

▶ 本来磁気秩序を考えるには物質系全体のスピンを考えねばならないのであるが、電子の軌道が原子に局在しているみなして電子のスピンを各原子 I の位置に局在した全スピン S_i で代表させて、原子1の全スピン S_1 と原子2の全スピン S_2 との間に原子間交換相互作用が働くと考えるのがハイゼンベルグ模型である。このとき交換エネルギー H_{ex} は、原子内交換相互作用を一般化して見かけの交換積分 J_{12} を用いて

$$H_{ex} = -2J_{12}S_1S_2$$

で表される。 J が正であれば相互作用は強磁性的、負であれば反強磁性的である。

交換相互作用：

- ▶ ハイゼンベルグ模型 $H_{\text{ex}} = -2J_{12}S_1S_2$
- ▶ J が正であれば相互作用は強磁性的、負であれば反強磁性的
- ▶ 交換積分の起源
 - ▶ 隣接原子のスピン間の直接交換 (direct exchange)
 - ▶ 酸素などのアニオンのp電子軌道との混成を通してスピン同士がそろえあう超交換 (superexchange)
 - ▶ 伝導電子との相互作用を通じてそろえあう間接交換 (indirect exchange)
 - ▶ 電子の移動と磁性とが強く結びついている二重交換相互作用 (double exchange)



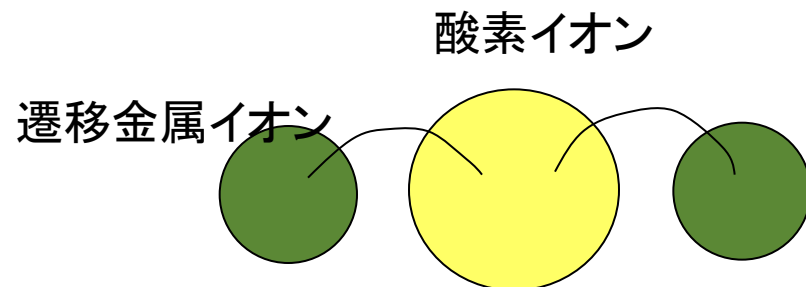
さまざまな交換相互作用

- ▶ 直接交換
- ▶ 超交換
- ▶ 間接交換 (RKKY)
- ▶ 二重交換



超交換相互作用

- ▶ 酸化物磁性体では、局在電子系の磁気モーメントの間に働く相互作用は、遷移金属の3d電子どうしの重なりで生じるのではなく、配位子のp電子が遷移金属イオンの3d軌道に仮想的に遷移した中間状態を介して相互作用する。これを、超交換相互作用と称する。主として反強磁性的に働く。



超交換相互作用模式図

- ▶ 90度: 強磁性
- ▶ 180度: 反強磁性 (Goodenough)

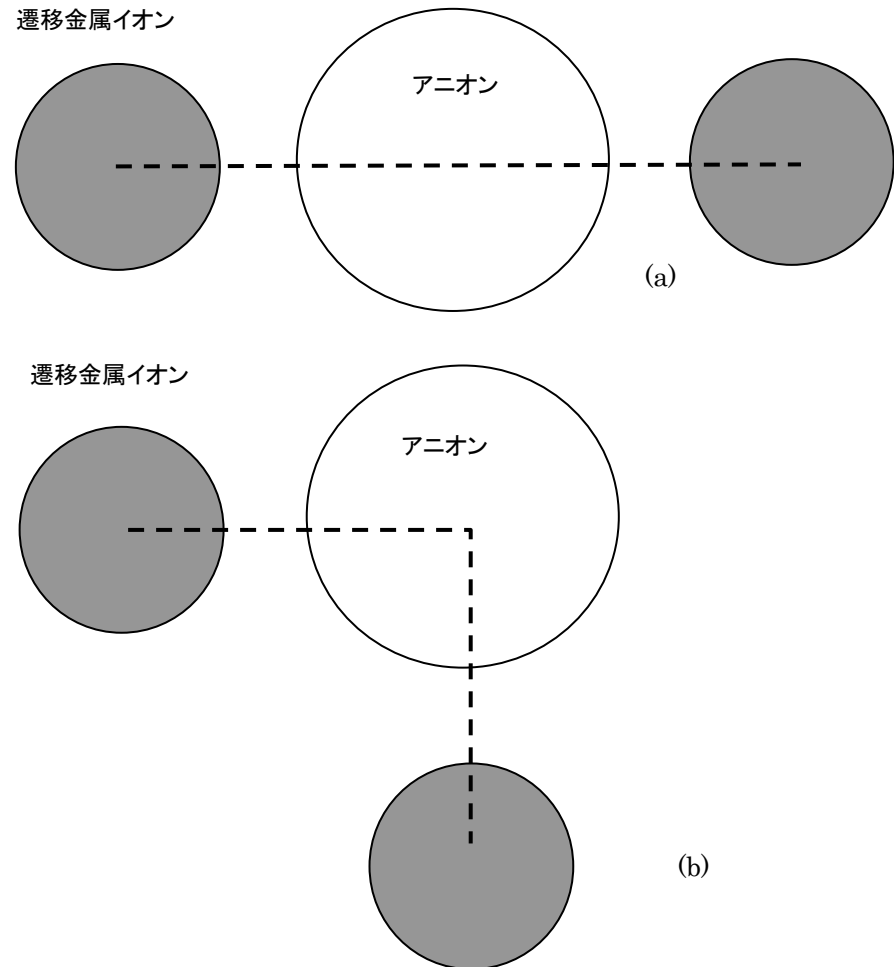
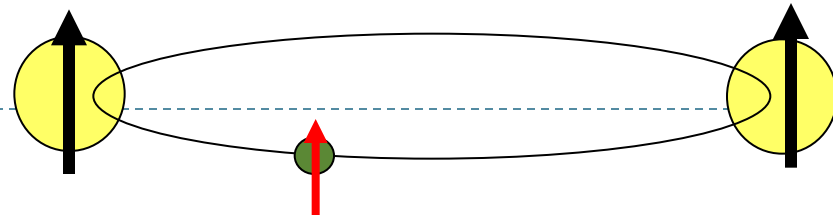


Fig. 9 超交換相互作用の模式図

間接交換(RKKY)相互作用

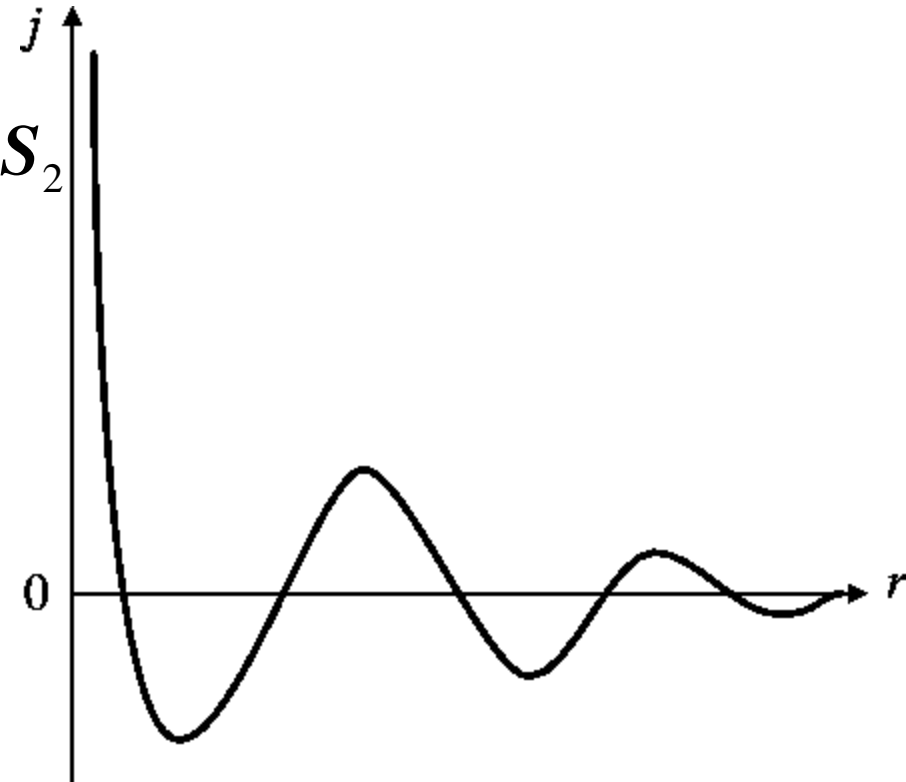
- ▶ 希土類金属の磁性は4f電子が担うが、伝導電子である5d電子が4f電子と原子内交換相互作用することによってスピン偏極を受け、これが隣接の希土類原子のf電子と相互作用するという形の間接的な交換相互作用を行っていると考えられている。
- ▶ これをRKKY (Rudermann, Kittel, Kasuya, Yoshida) 相互作用という。
- ▶ 伝導電子を介した局在スピン間の磁氣的相互作用は、距離に対して余弦関数的に振動し、その周期は伝導電子のフェルミ波数で決められる。



RKKY振動

$$H_{\text{RKKY}} = -9\pi \frac{J^2}{\varepsilon_{\text{F}}} \left(\frac{N_e}{N} \right)^2 f(2k_{\text{F}}R) \mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2$$

$$f(x) = \frac{-x \cos x + \sin x}{x^4}$$



▶ フリーデル振動



Co/Cu人工格子におけるGMRのCu層厚依存性

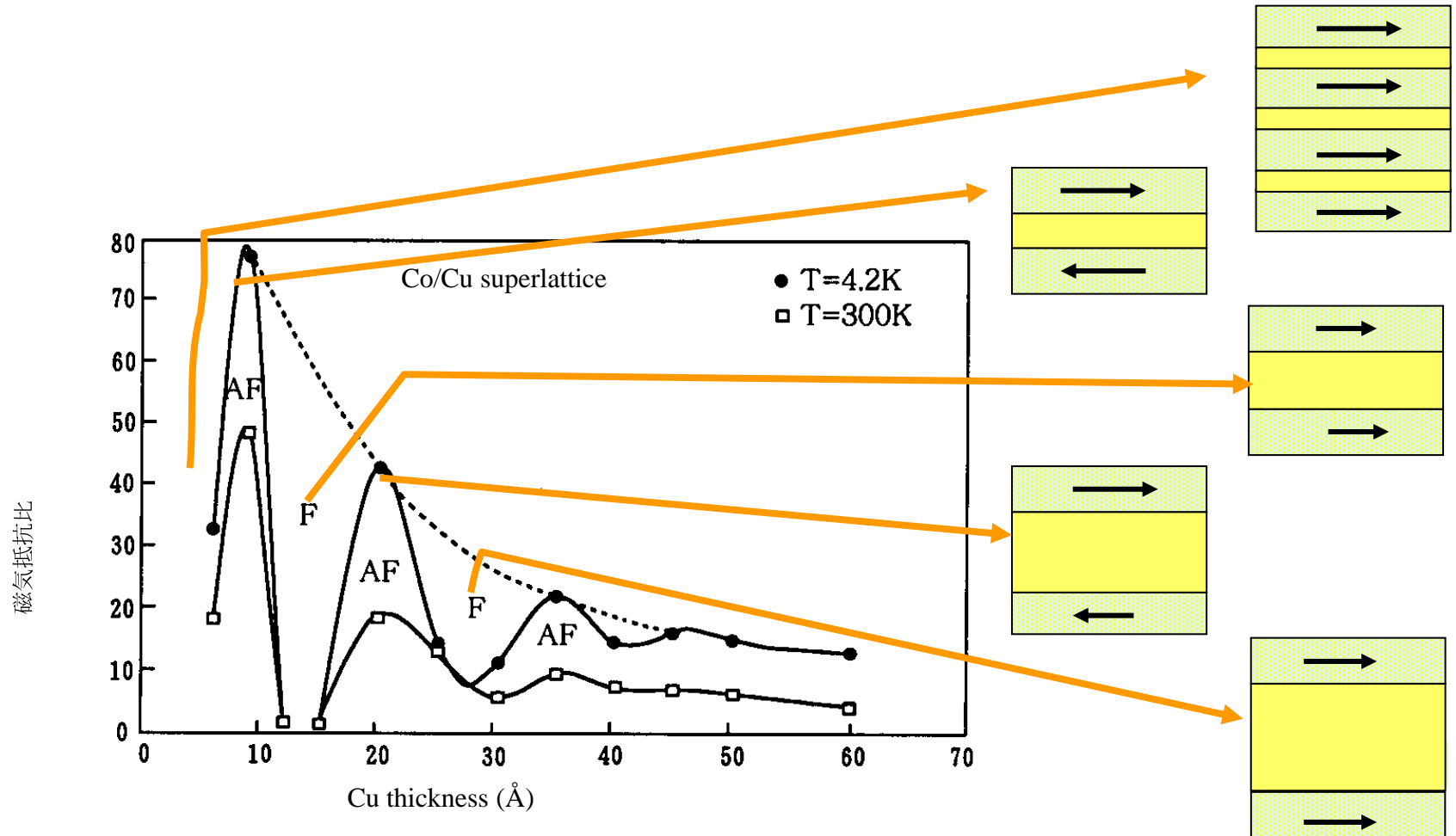


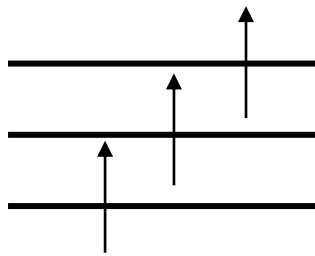
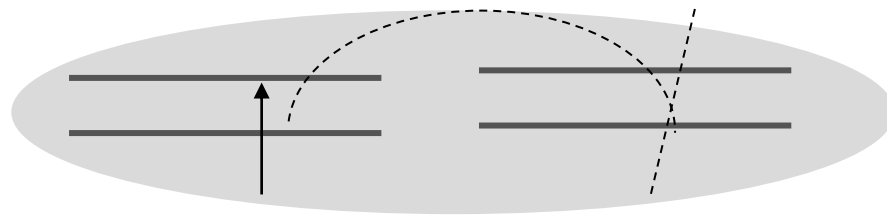
図15

二重交換相互作用

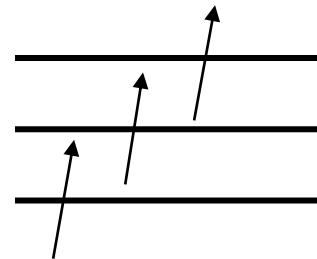
- ▶ LaMnO_3 では、すべてのMn原子は3価なので e_g バンドには1個の電子が存在し、この電子が隣接Mn原子の e_g 軌道に移動しようとするとき電子相関エネルギー U だけのエネルギーが必要であるため電子移動は起きずモット絶縁体となっている。
- ▶ LaをSrで置き換え4価のMnが生じると、 Mn^{4+} の e_g 軌道は空であるから、他の Mn^{3+} から電子が移ることができ金属的な導電性を生じる。
- ▶ このとき隣接するMn原子の磁気モーメントのなす角 θ すると、 e_g 電子の飛び移りの確率は $\cos(\theta/2)$ に比例する。 $\theta=0$ (スピンの平行) のとき飛び移りが最も起きやすく、運動エネルギーの分だけエネルギーが下がるので強磁性となる。



二重交換の模式図



Mn^{3+}



Mn^{4+}



3. 磁気ヒステリシス曲線と磁区

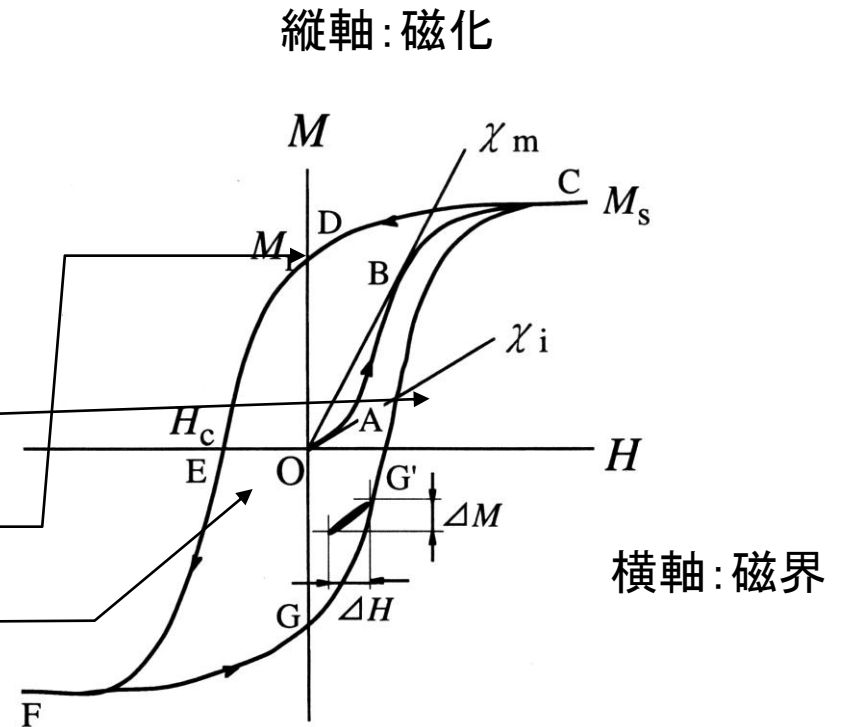
- ▶ 磁気ヒステリシスについて
- ▶ 反磁界と静磁エネルギー
- ▶ 磁気異方性
- ▶ 磁区と磁壁; 磁壁移動と磁化回転
- ▶ 保磁力



3.1 磁気ヒステリシス

▶ 強磁性体においては、その磁化は印加磁界に比例せず、ヒステリシスを示す。

- O→B→C: **初磁化曲線**
- C→D: **残留磁化**
- D→E: **保磁力**
- C→D→E→F→G→C: ヒステリシスループ

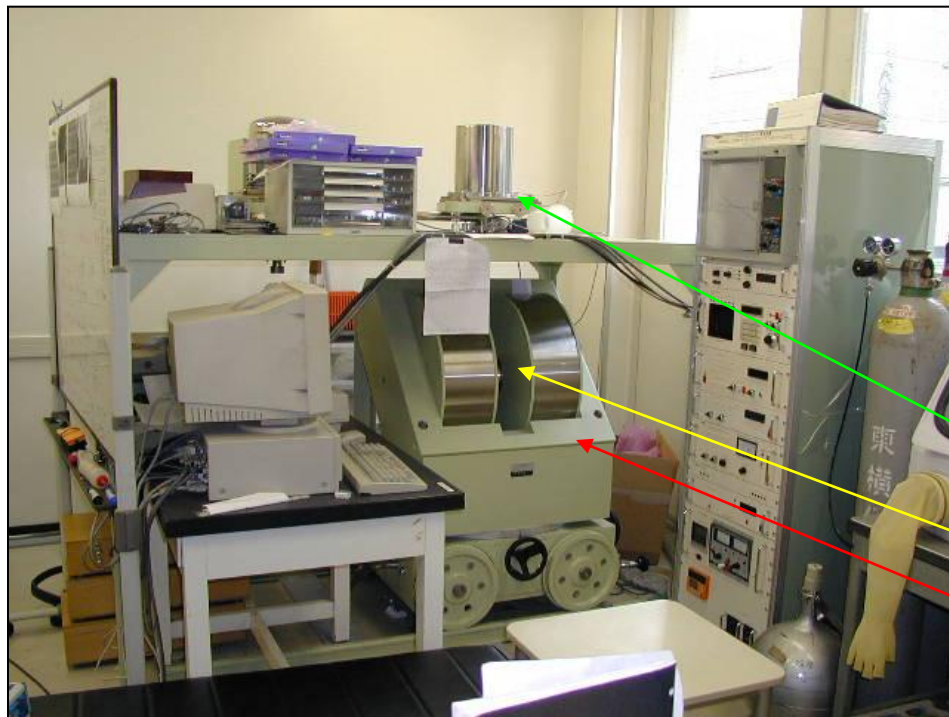


(高梨：初等磁気工学講座テキスト)

[参考]

磁化曲線の測定法

- ▶ 磁性体を磁界中に置き、磁界を増加していくと、磁性体の磁化は増加していき、次第に飽和する。
- ▶ 磁化曲線は磁力計を使って測定する。



VSM: 試料振動型磁力計

試料を0.1～0.2mm程度のわずかな振幅で80Hz程度の低周波で振動させ、試料の磁化による磁束の時間変化を、電磁石の磁極付近に置かれたサーチコイルに誘起された誘導起電力として検出する。誘導起電力は試料の磁化に比例するので、磁化を測定することができる。

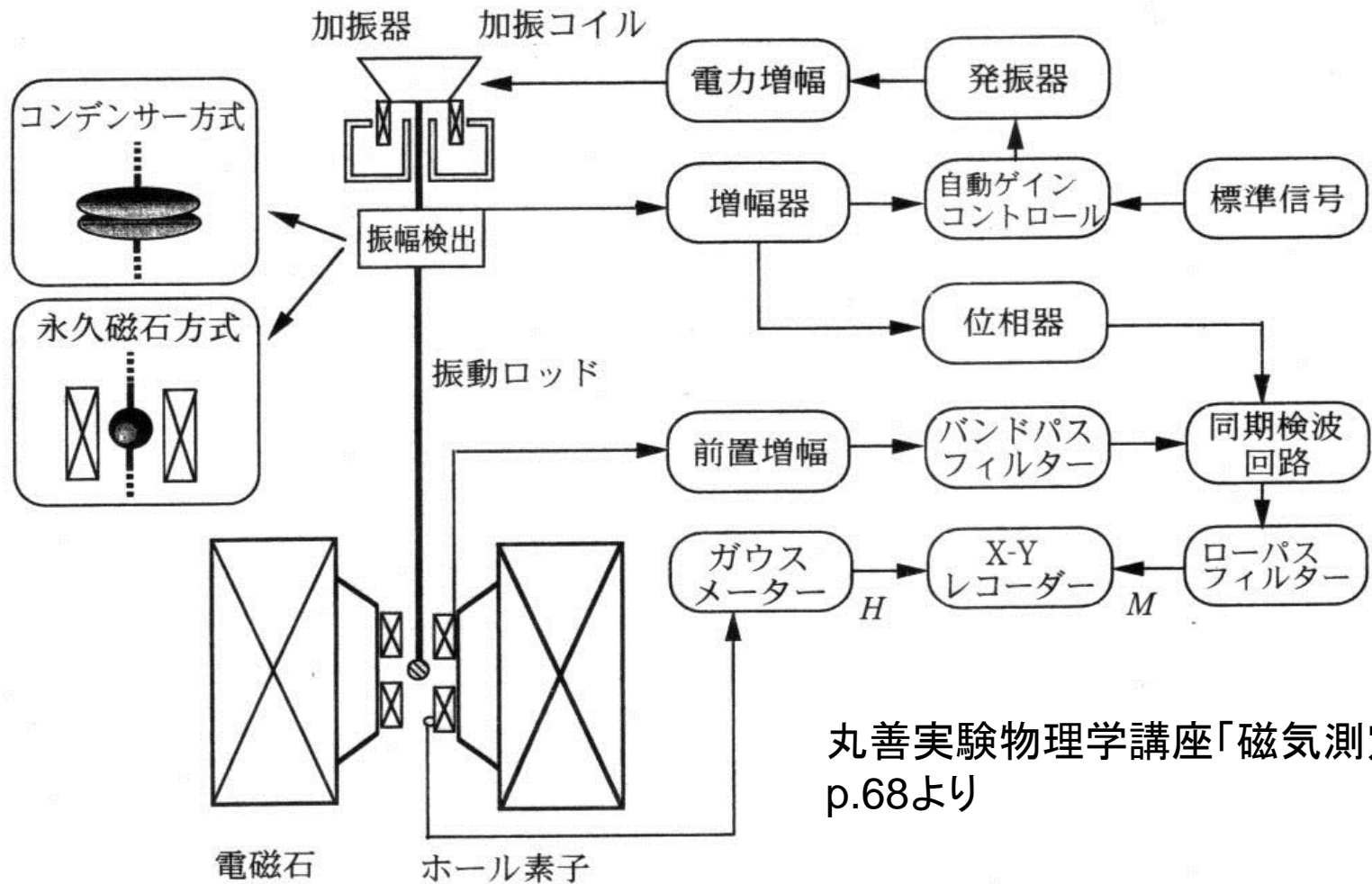
スピーカーと同じ振動機構

磁極付近に置いたサーチコイル

電磁石

[参考]

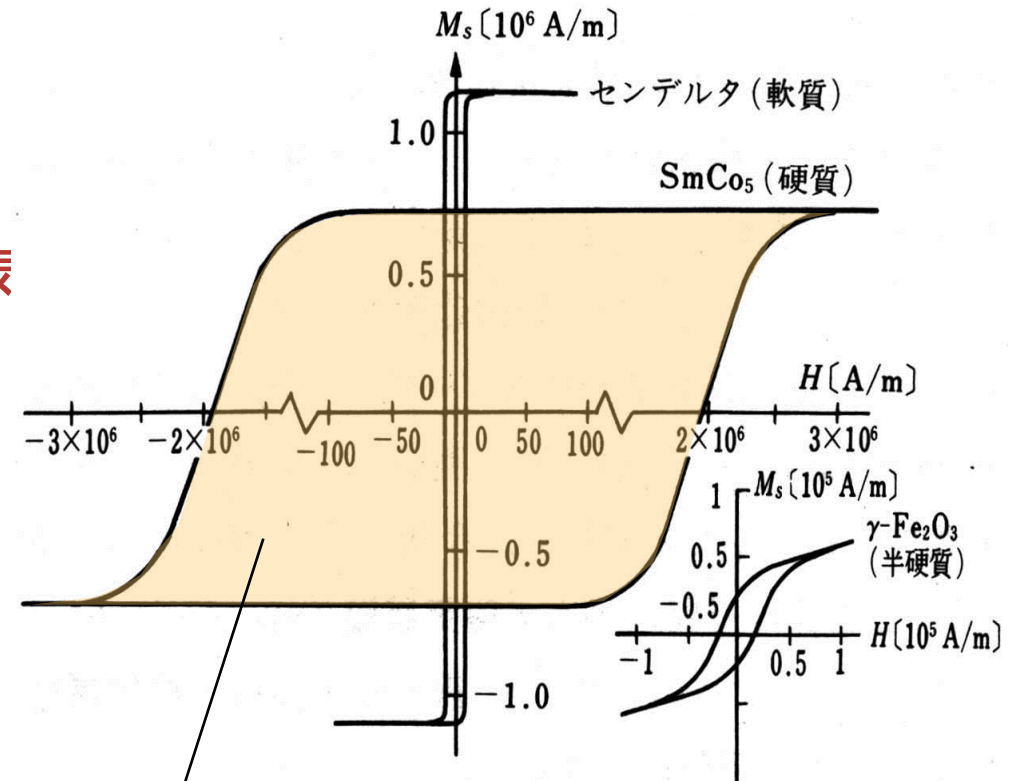
VSMブロック図



丸善実験物理学講座「磁気測定」
p.68より

磁気ヒステリシスと応用

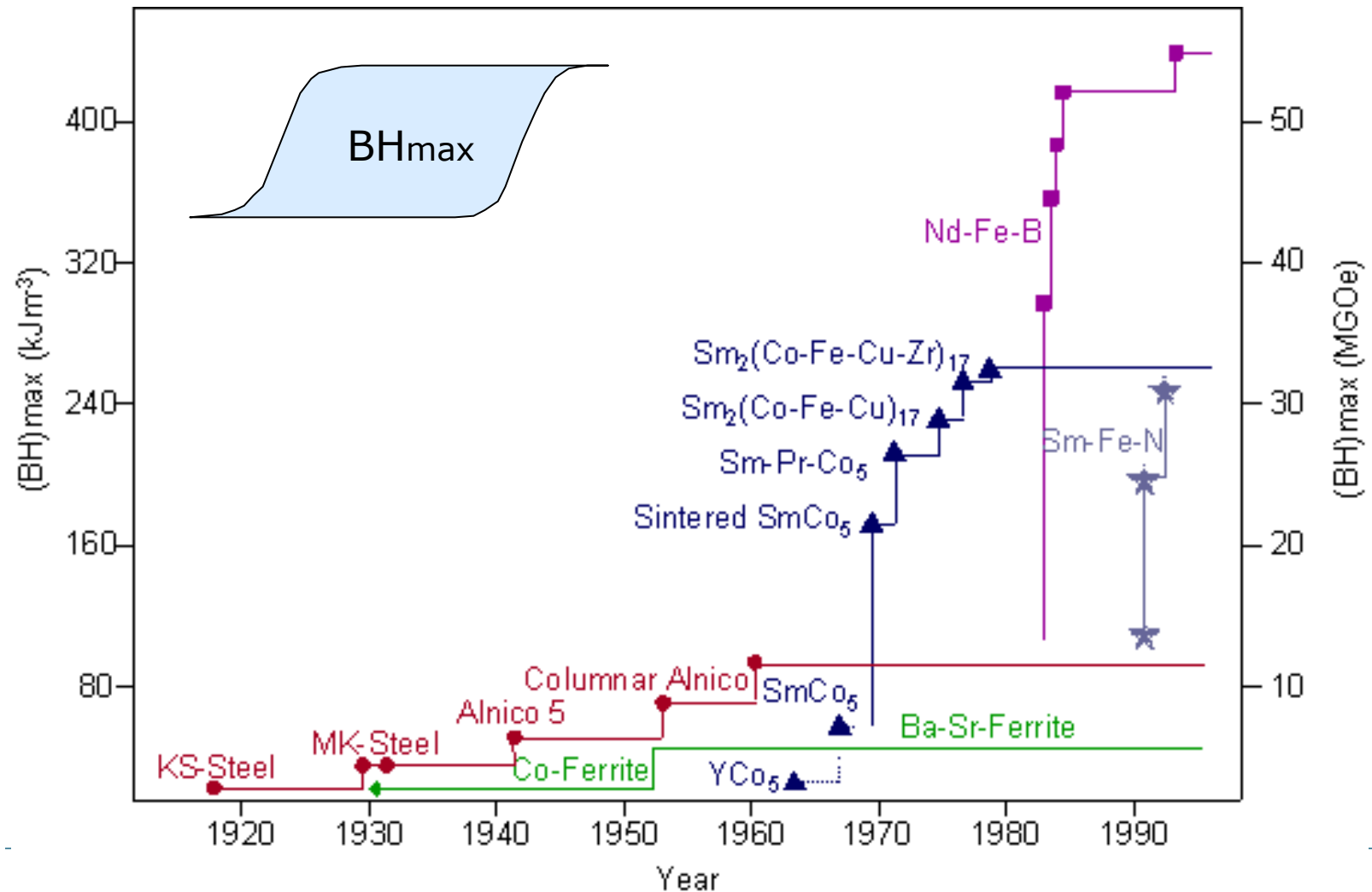
- ▶ 保磁力のちがいで用途が違ふ
- ▶ H_C 小: 軟質磁性体
 - ▶ 磁気ヘッド、変圧器鉄心、磁気シールド
- ▶ H_C 中: 半硬質磁性体
 - ▶ 磁気記録媒体
- ▶ H_C 大: 硬質磁性体
 - ▶ 永久磁石



このループの面積が磁石に蓄積される磁気エネルギー
高周波の場合はヒステリシス損失となる。

永久磁石の最大エネルギー積(BH)maxの変遷

(http://www.aacg.bham.ac.uk/magnetic_materials/history.htm)



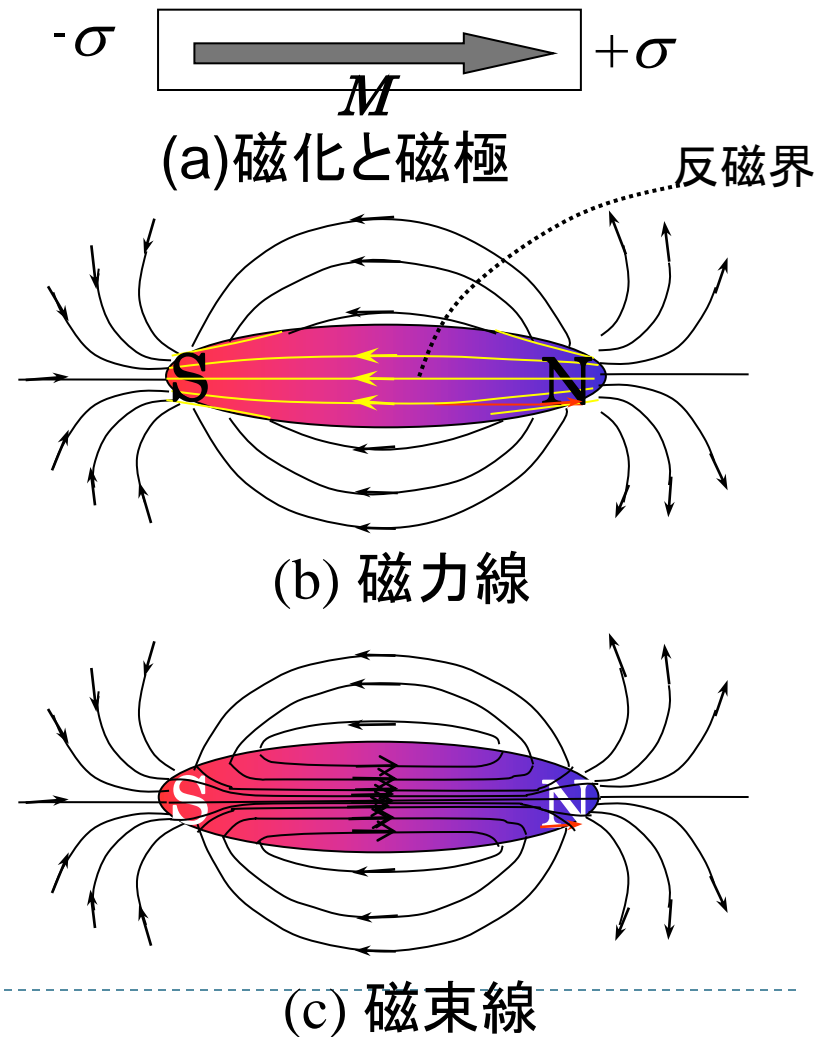
3.2 初期状態の磁化はなぜゼロか — 磁区を考える —

- ▶ 磁化が特定の方向を向くとすると、N極からS極に向かって磁力線が生じます。この磁力線は考えている試料の外を通過しているだけでなく、磁性体の内部も貫いています。この磁力線を**反磁界**といいます。反磁界の向きは、磁化の向きとは反対向きなので、磁化は回転する静磁力を受けて不安定となります。
 - ▶ 磁化の方向が逆方向の縞状の**磁区**と呼ばれる領域に分かれるならば、反磁界がうち消し合って静磁エネルギーが低下して安定するのです
-



反磁界(demagnetization field)

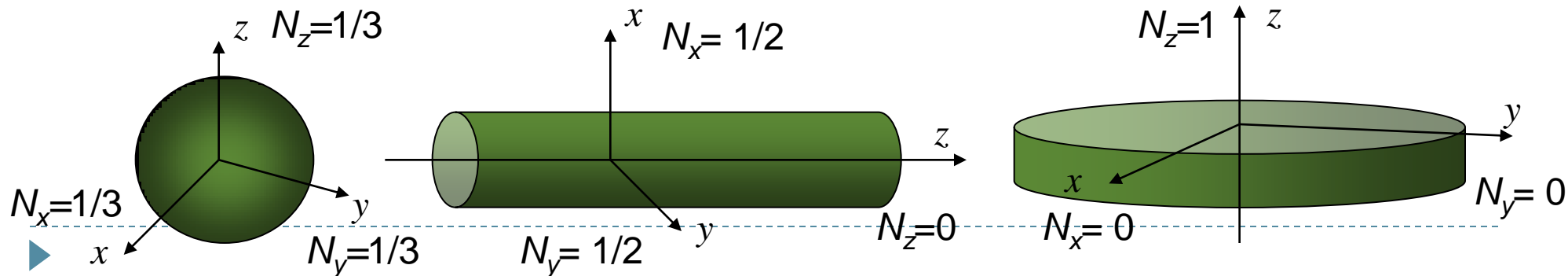
- ▶ 磁性体表面の法線方向の磁化成分を M_n とすると、表面には単位面積あたり $\sigma = M_n$ という大きさの磁極(Wb/m²)が生じる。
- ▶ 磁極からはガウスの定理によって全部で σ / μ_0 の磁力線がわき出す。このうち反磁界係数 N を使って定義される磁力線 NM は内部に向かっており、残りは外側に向かっており、すなわち磁石の内部では、 M の向きとは逆方向の**反磁界**が存在する。
- ▶ 外部では磁束線は磁力線に一致する。



反磁界係数 N : (近角強磁性体の物理より)

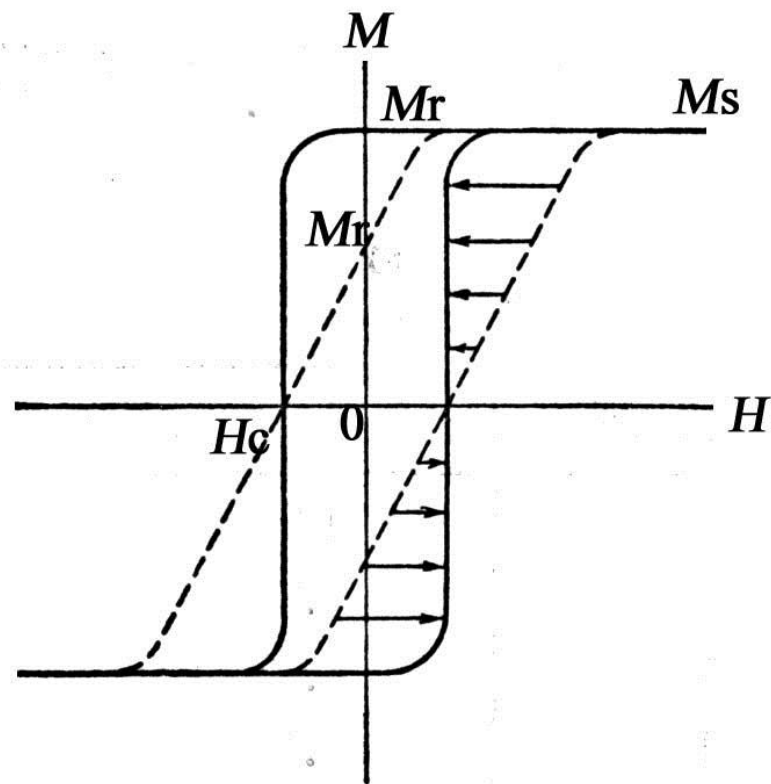
N の x , y , z 成分を N_x , N_y , N_z とすると、 $H_{di} = -N_i M_i / \mu_0$ ($i=x, y, z$) と表され、 N_x , N_y , N_z の間には、 $N_x + N_y + N_z = 1$ が成立する。

- ▶ 球形: $N_x = N_y = N_z = 1/3$
- ▶ z 方向に無限に長い円柱: $N_x = N_y = 1/2$, $N_z = 0$
- ▶ 無限に広い薄膜の場合: $N_x = N_y = 0$, $N_z = 1$ となる。
- ▶ 実効磁界 $H_{\text{eff}} = H_{\text{ex}} - NM / \mu_0$



反磁界補正

- ▶ N の x, y, z 成分を N_x, N_y, N_z とすると、 $H_{di} = -N_i M_i / \mu_0$ ($i=x, y, z$)と表され、 N_x, N_y, N_z の間には、 $N_x + N_y + N_z = 1$ が成立する。
- ▶ 球形： $N_x = N_y = N_z = 1/3$
- ▶ z 方向に無限に長い円柱： $N_x = N_y = 1/2, N_z = 0$
- ▶ 無限に広い薄膜の場合： $N_x = N_y = 0, N_z = 1$ となる。
- ▶ 実効磁界 $H_{\text{eff}} = H_{\text{ex}} - NM / \mu_0$



(近角強磁性体の物理より)

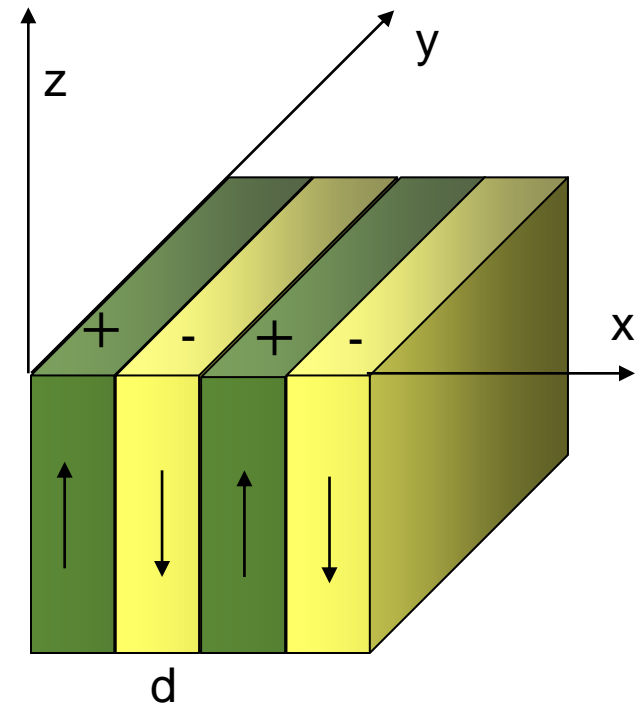
反磁界と静磁エネルギー

- ▶ 磁化 M が反磁界 $-H_d$ のもとにおかれると
 $U=M \cdot H_d$ だけポテンシャルエネルギーが高くなる。
- ▶ 一様な磁界 H 中の磁気モーメント M に働くトルク T は
 $T = -MH \sin \theta$
- ▶ 磁気モーメントのもつポテンシャル E は
 $U = \int T d\theta = -\int_0^\theta MH \sin \theta d\theta = MH (1 - \cos \theta)$
- ▶ エネルギーの原点はどこにとってもよいので
ポテンシャルエネルギーは $U = -M \cdot H$ と表される。 $H = -H_d$ を
代入すると反磁界によるポテンシャルの増加は
 $U = M \cdot H_d$



表面磁極の分割による静磁エネルギーの減少

- ▶ 結晶表面をxy面にとる
- ▶ 表面で $z=0$ とする
- ▶ 磁区の磁化方向は $\pm z$
- ▶ 磁区のx方向の幅 d
- ▶ 磁極の表面密度 ω
 - $= IS \quad 2md < x < (2m+1)d$
 - $= -IS \quad (2m+1)d < x < 2(m+1)d$
- ▶ 磁気ポテンシャル ϕ をLaplaceの方程式で求める



▶ 境界条件

$$(\partial\varphi/\partial z)_{z=0} = I/2\mu_0$$

▶ 境界条件のもとにラプラス方程式を解くと

$$\varphi = \sum_n A_n \sin n(\pi/d)x \cdot \exp n(\pi/d)z$$

▶ 係数 A_n は次式を満たすように決められる

$$\begin{aligned} (\pi/d) \sum_n n A_n \sin n(\pi/d)x &= I/2\mu_0; 2md < x < (2m+1)d \\ &= -I/2\mu_0; (2m+1)d < x < 2(m+1)d \end{aligned}$$

$$\rightarrow A_n = 2I_s d / \pi^2 \mu_0 n^2$$

▶ $\varphi_{(x=0)} = (2I_s d / \pi^2 \mu_0) \sum_n (1/n^2) \sin n(\pi/d)x$

▶ 単位表面積あたりの静磁エネルギー

$$\begin{aligned} \varepsilon &= (2I_s^2 / \pi^2 \mu_0) \sum_n (1/n^2) \int_0^d \sin n(\pi/d)x \\ &= (2I_s^2 d / \pi^2 \mu_0) \sum_{n=odd} (1/n^3) = 5.40 \times 10^4 I_s^2 d \end{aligned}$$



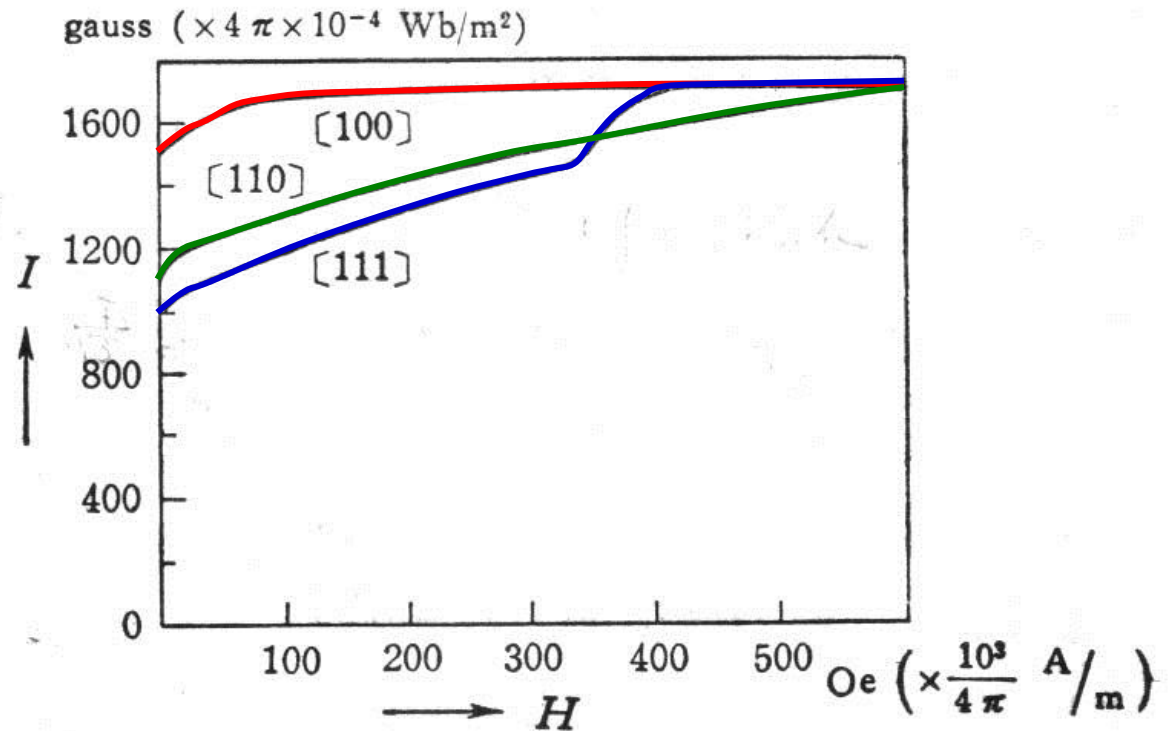
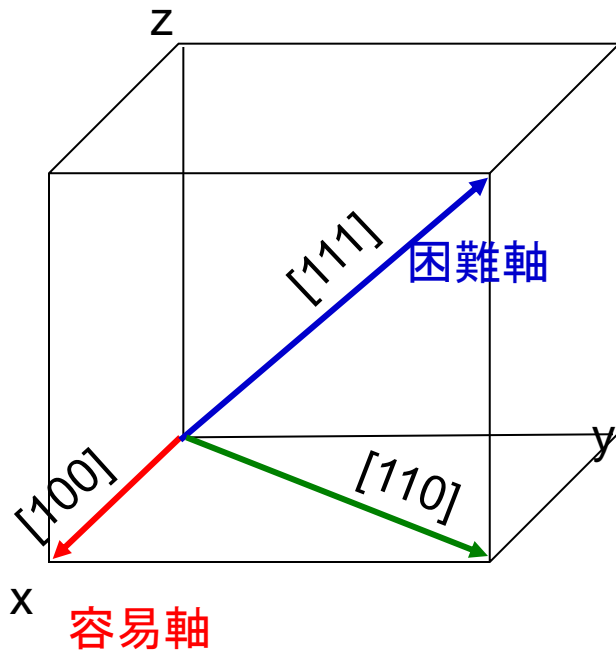
磁気異方性

- ▶ 磁性体は半導体と違って形状・寸法・結晶方位とか磁化の方位などによって物性が大きく変化する。
 - ▶ 1つの原因は上に述べた反磁界係数で、**形状磁気異方性**と呼ばれます。反磁界によるエネルギーの損を最小化することが原因です。
 - ▶ このほかの原因として重要なのが**結晶磁気異方性**です。結晶磁気異方性というのは、磁界を結晶のどの方位に加えるかで磁化曲線が変化する性質です。
 - ▶ 電子軌道は結晶軸に結びついているので、磁氣的性質と電子軌道との結びつき(スピン軌道相互作用)を通じて、磁性が結晶軸と結びつくのです。半導体にも、詳しい測定をすると異方性を見ることができます。これに比べ一般に半導体の電子軌道は結晶全体に広がっているため、平均化されて結晶軸に依存する物性が見えにくいのです。
-



結晶磁気異方性

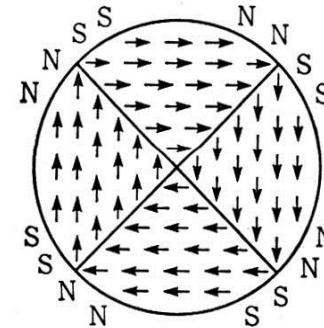
- ▶ 磁化しやすさは、結晶の方位に依存する。
- ▶ 鉄は立方晶であるが、 $[100]$ が容易軸、 $[111]$ は困難軸



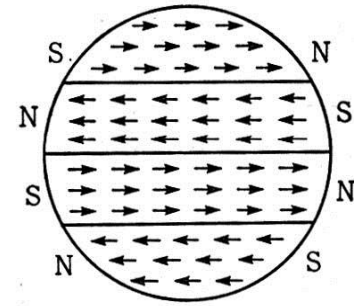
6-20 図 鉄単結晶の磁化曲線

円板磁性体の磁区構造

- ▶ 全体が磁区に分かれることにより、全体の磁化がなくなっている。これが初磁化状態である。
- ▶ 磁区の内部では磁化は任意の方向をランダムに向いている訳ではない。
- ▶ 磁化は、結晶の方位と無関係な方向を向くことはできない。磁性体には**磁気異方性**という性質があり、磁化が特定の結晶軸方位(たとえばFeでは[001]方向および等価な方向)を向く性質がある。
- ▶ [001]容易軸では図のように(001)面内では[100][010] [-100][0-10]の4つの方向を向くので90°磁壁になる。
- ▶ [111]容易軸では



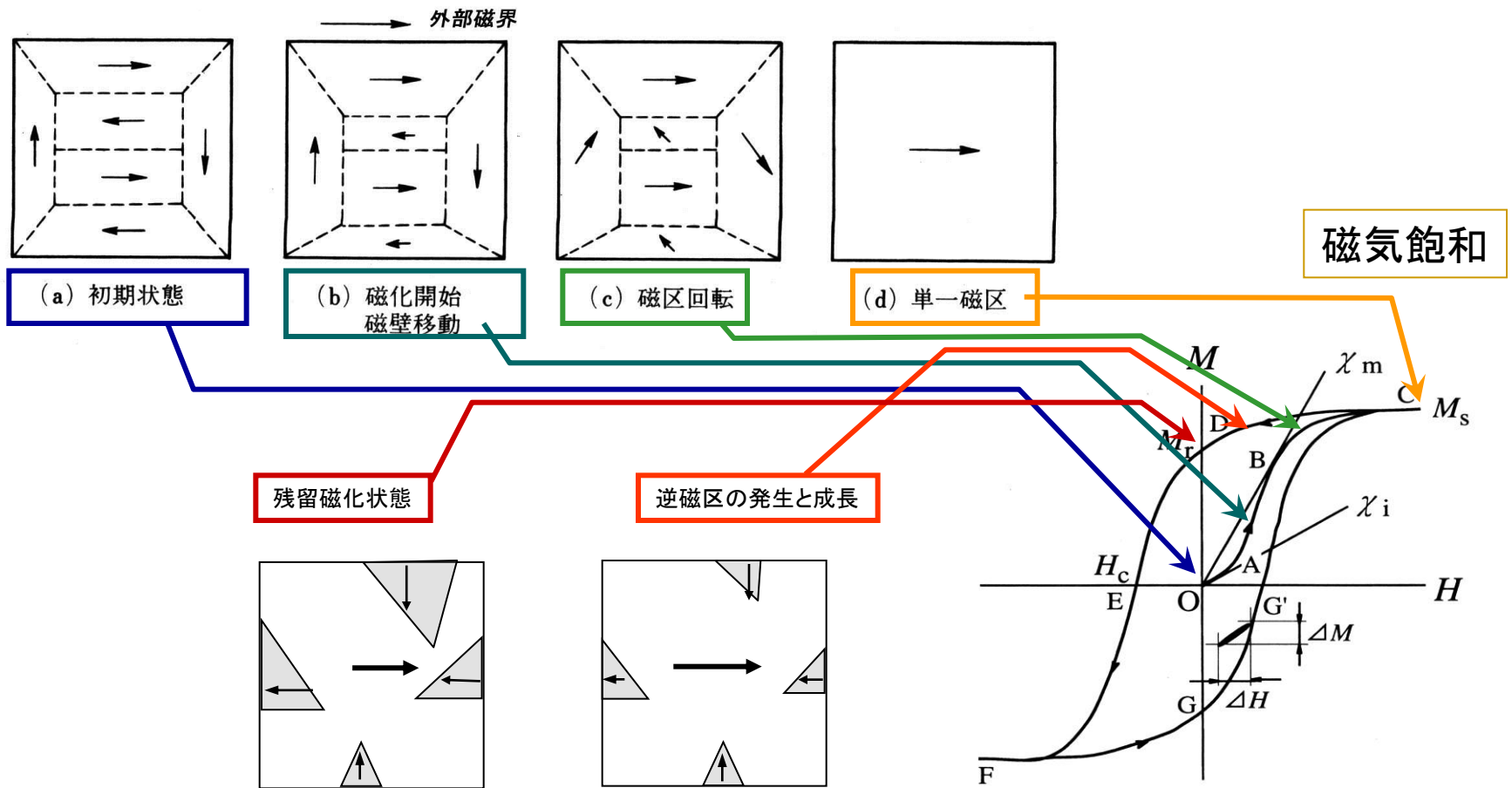
(a) 磁気異方性の大きい立方晶円板の磁区構造



(b) 磁気異方性の大きい一軸晶円板の磁区構造

(近角：強磁性体の物理)

3.3 磁化曲線を磁区で説明する



核発生

3.4 さまざまな磁区とマイクロマグネティクス

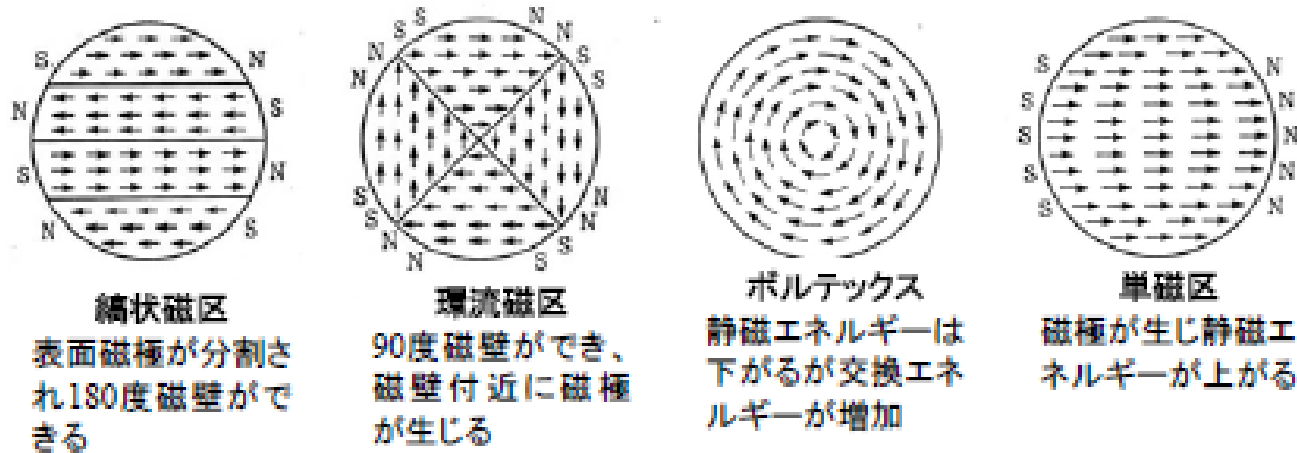


Fig. 21 さまざまな磁区

- ▶ Figは、縞状磁区 (stripe domain) と環流磁区 (closure domain) を示している。磁性体を微細化して直径 $1\mu\text{m}$ 付近になると、スピンは面内に分布してvortex状態となり中心部に垂直方向のspin成分をもつようになる。さらに微細化すると単磁区になる。

微小磁区のMFM観察

- 磁区の観察には、ビッター法といって、磁性微粒子を含むコロイドを磁性体上に滴下して光学顕微鏡で観察する方法が古くから使われている。このほか磁気光学顕微鏡、ローレンツ電子顕微鏡、磁気力顕微鏡、走査型ホール顕微鏡、走査型SQUID顕微鏡、スピン偏極電子顕微鏡、X線MCD顕微鏡などで観察することが可能である。Fig. 22には、いくつかの例について筆者のMFM観察結果を示す

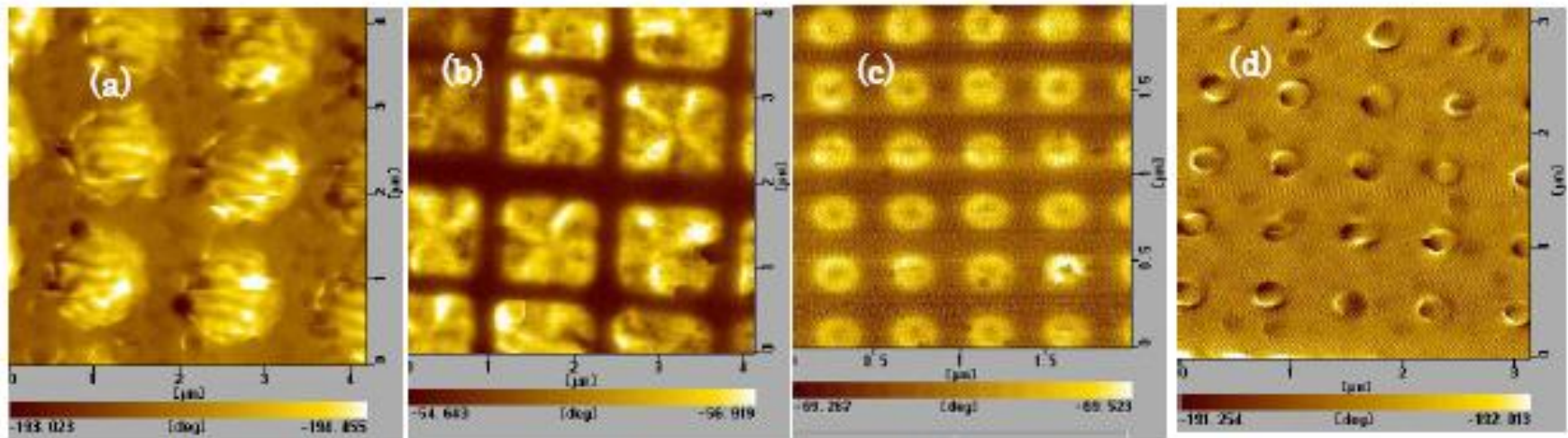
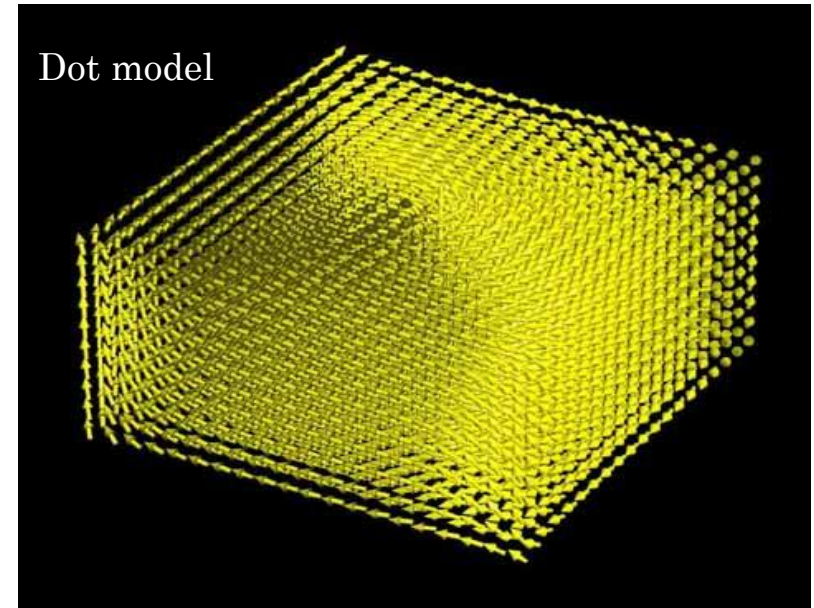


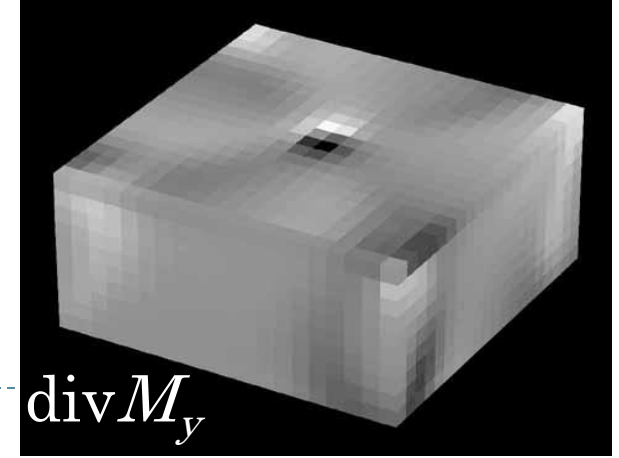
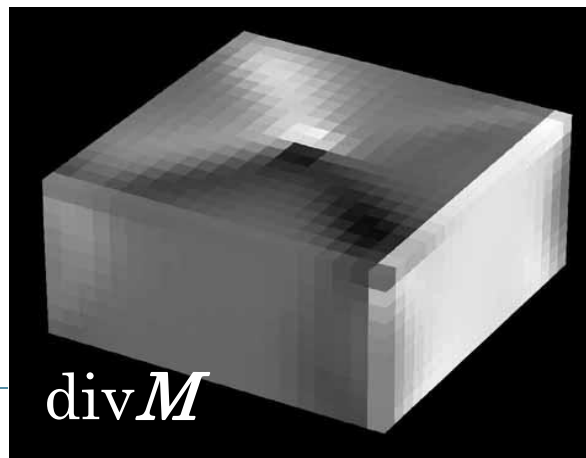
Fig. 22 MFMで観察した微細ドットのスピ構造 (a) 鎖状磁区(Co円形ドット $1.2\mu\text{m}\phi$)、(b) 環流磁区(パーマロイ正方形ドット $1.2\mu\text{m}$)、(c) ボルテックス(パーマロイ円形ドット $300\text{nm}\phi$)、(d) 単磁区(Co円形ドット $100\text{nm}\phi$)

LLG 方程式を用いた マイクロ磁気解析

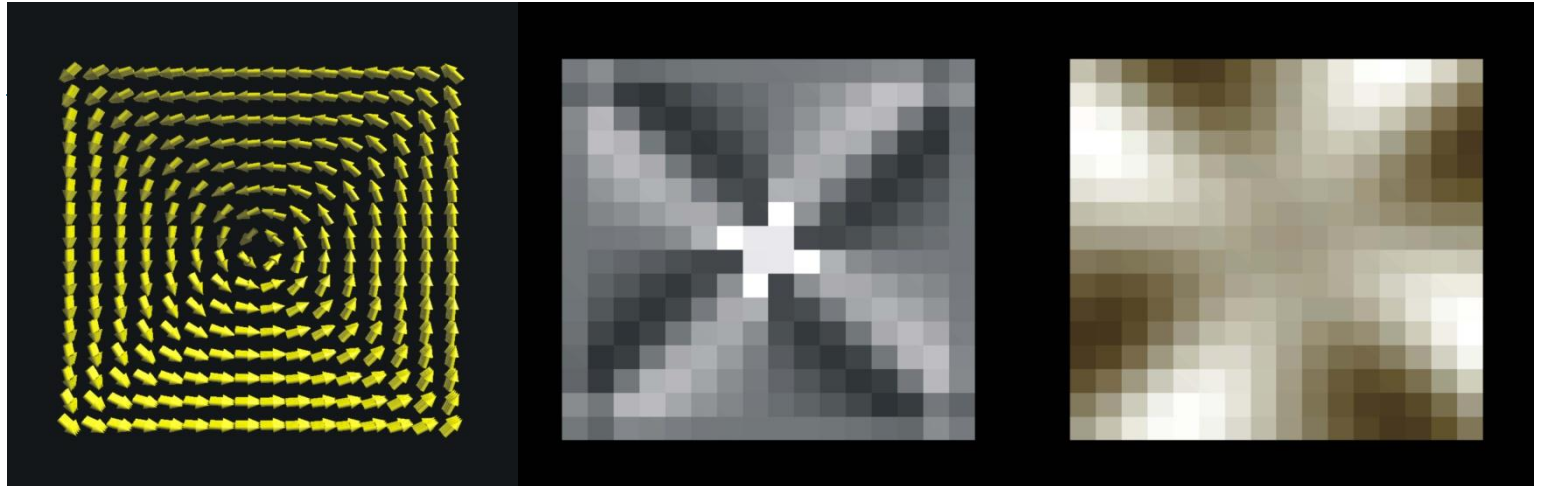
Saturation magnetization (Ms)	800 emu/cm ³
Exchange field (A)	1 × 10 ⁻⁶ erg/cm ³
Anisotropic constant (Ku)	1000 erg/cm ³
Gyro magnetic constant (γ)	-1.76 × 10 ⁷ rad/(s · Oe)
Damping constant (α)	0.2
Easy axis	Y direction
Dot Size	200 nm × 200 nm × 100 nm
Number of dot	1
Mesh size	10 nm × 10 nm × 10 nm



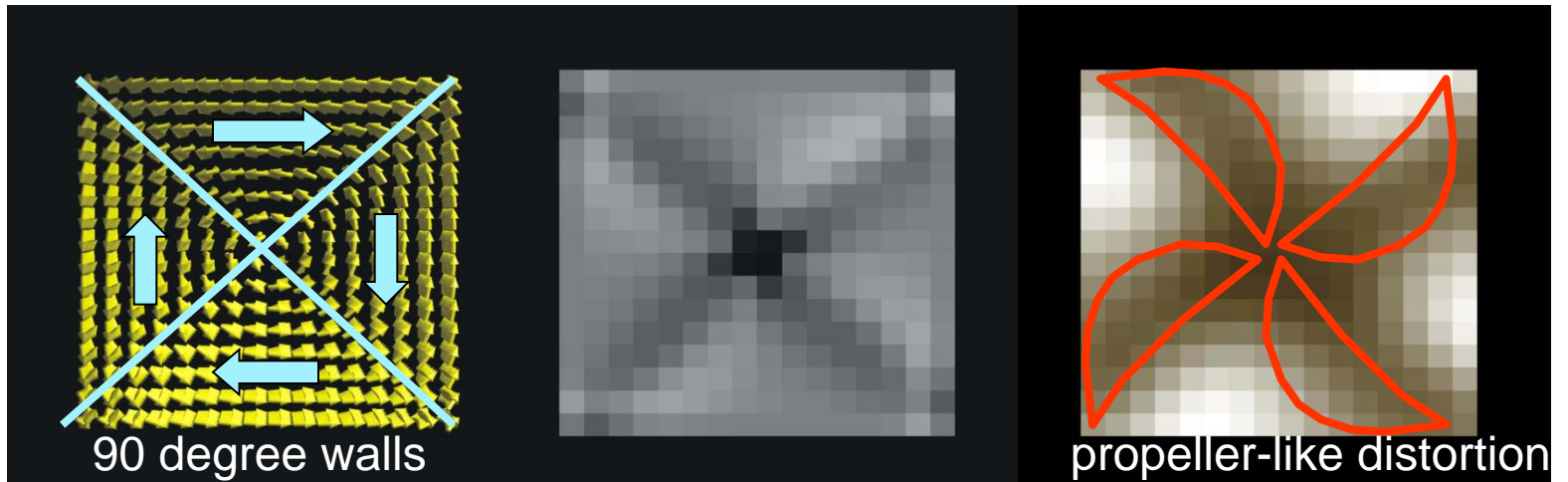
$$H_y = 10 \text{ kOe} \rightarrow 0 \text{ Oe}$$



200 x 200
thickness
50 nm



200 x 200
thickness
100 nm

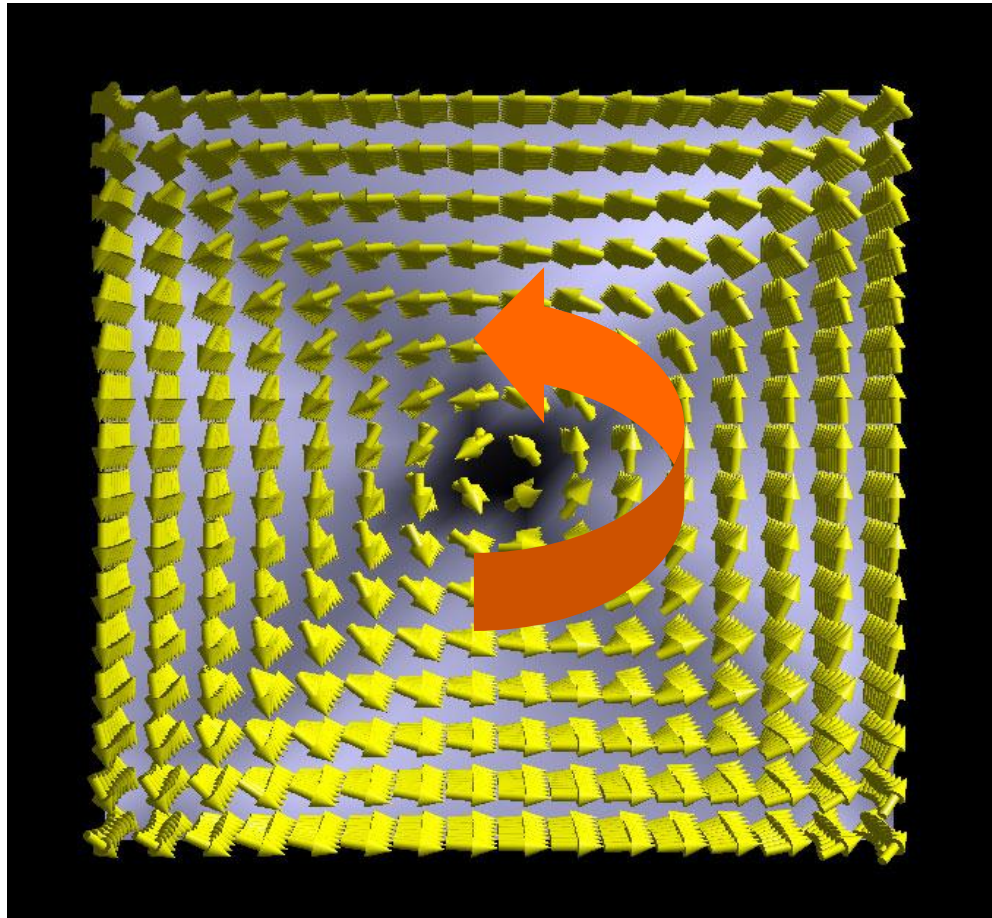


Magnetic moment

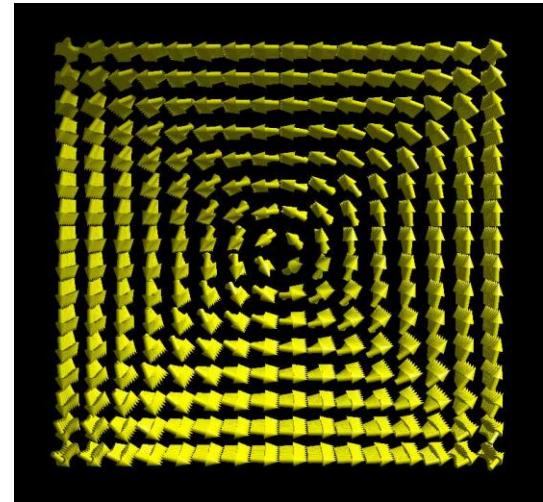
- $\nabla v \cdot \mathbf{M}$

Force gradient

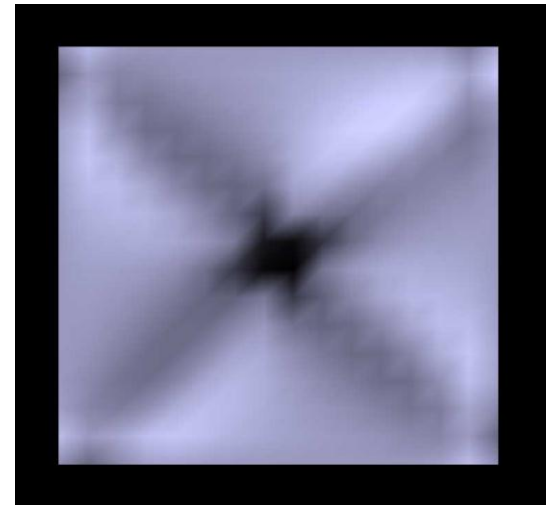
Isolated square dot



Calculation of a single dot



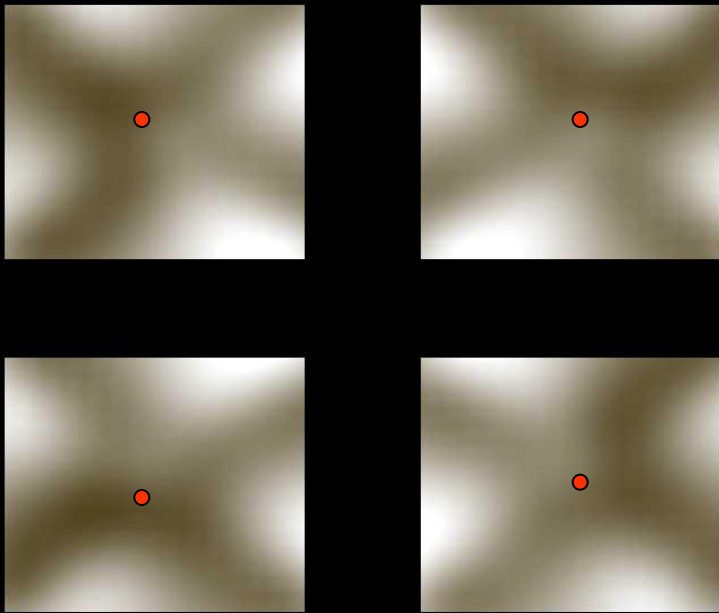
Spin structure



$-\text{divM}$

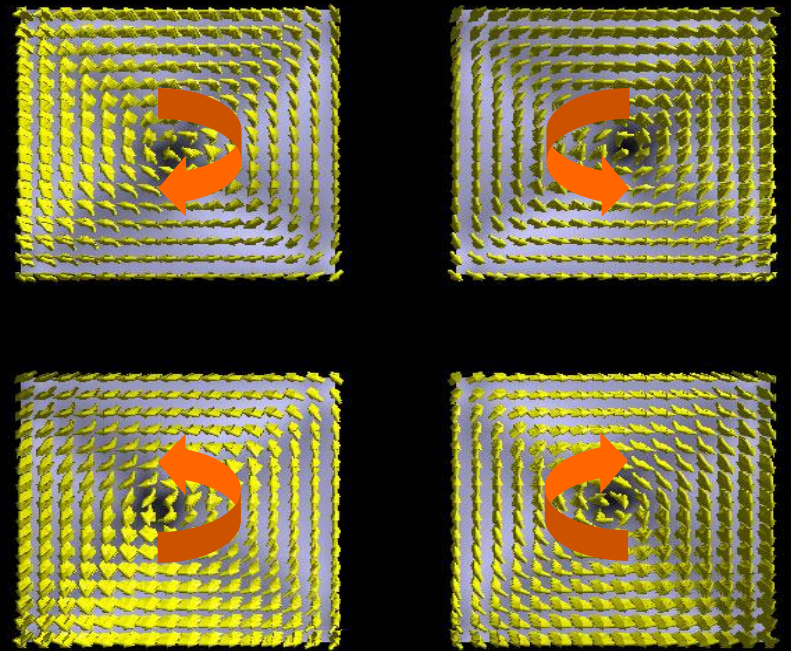
Four-dot system

Shift of the center occurs



Force gradient image

Reversal of chirality



Spin distribution image



4. 磁性と電気伝導

- ▶ 強磁性金属の電気輸送現象の現象論
- ▶ 強磁性金属の電気輸送現象の物理的起源
- ▶ 人工格子、多層膜、グラニューラ膜の巨大磁気抵抗効果 (GMR)
 - ▶ 巨大磁気抵抗効果研究の経緯と特性
 - ▶ GMRの起源
 - ▶ 振動的層間磁気結合の起源



4.1 強磁性金属の電気輸送現象の現象論

- ▶ 磁気抵抗効果(magnetoresistance):
 - ▶ 磁界の存在下での電気抵抗の変化する現象である。
 - ▶ 非磁性の半導体や金属に見られる磁気抵抗効果は、ローレンツ力による効果と、散乱の異方性から生じる。
 - ▶ 一方、強磁性体の場合、電気抵抗が磁化の方向に依存し、電流の方向が磁化と平行のとき垂直の場合に比べて若干抵抗が大きいという異方性磁気抵抗効果(AMR)が主として寄与する。



抵抗率テンソル

▶ 一般に、導体中の電界成分 E_i と電流密度 J_j の間には、

$$E_i = \sum_j \rho_{ij} J_j$$

という関係が成立する。 ρ_{ij} は抵抗率テンソルの ij 成分。

今、一様な粒径をもった多結晶体を考え、磁化が z 方向に飽和しているものとする。対称性の議論から、抵抗率テンソルは次のように書ける。

$$[\rho_{ij}] = \begin{bmatrix} \rho_{\perp}(\mathbf{B}) & -\rho_H(\mathbf{B}) & 0 \\ \rho_H(\mathbf{B}) & \rho_{\perp}(\mathbf{B}) & 0 \\ 0 & 0 & \rho_{//}(\mathbf{B}) \end{bmatrix}$$



正常係数と異常係数

- ▶ 抵抗率テンソルの ij 成分 $r_{ij}(\mathbf{B})$ は、磁束密度 \mathbf{B} の関数である。抵抗率テンソルの各成分は、次のように B に依存しない成分と B に依存する成分に分けて表せる。

$$\begin{aligned}\rho_{\perp}(\mathbf{E}) &= \rho_{\perp} + \rho_{\perp}^{(0)}(\mathbf{B}) \\ \rho_{\parallel}(\mathbf{E}) &= \rho_{\parallel} + \rho_{\parallel}^{(0)}(\mathbf{B}) \\ \rho_H(\mathbf{E}) &= \rho_H + \rho_H^{(0)}(\mathbf{B})\end{aligned}$$

- ▶ 第1項は、磁化 M にのみ依存する項: 異常係数
- ▶ 第2項は実効磁束密度 B に依存する項で: 正常係数

ρ_{\parallel} は、電流が磁化に平行である場合の抵抗率の $B \rightarrow 0$ 外挿値

ρ_{\perp} は、電流が磁化に垂直である場合の抵抗率の $B \rightarrow 0$ 外挿値

ρ_H は異常ホール抵抗率である。

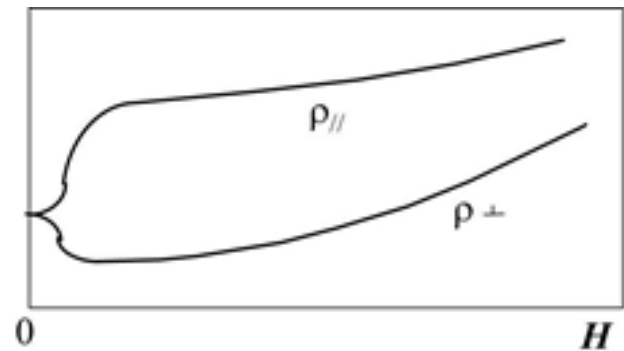
異方性磁気抵抗(AMR)

- ▶ 抵抗率テンソルの対角要素 $\rho_{//}$ と ρ_{\perp} とは一般に異なっているが、これは、抵抗が磁化 \mathbf{M} と電流 \mathbf{J} の相対的な向きに依存していることを示している。そこで、図に示すような配置を考え、 \mathbf{M} と \mathbf{J} のなす角度を θ とすると、

$$\lim_{B \rightarrow 0} \rho = \frac{\rho_{//} + 2\rho_{\perp}}{3} + \left(\cos^2 \theta - \frac{1}{3} \right) (\rho_{//} - \rho_{\perp})$$

が得られる。磁気抵抗比は次式のように定義される。

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{\rho_{//} - \rho_{\perp}}{\frac{1}{3}\rho_{//} + \frac{2}{3}\rho_{\perp}}$$



異常ホール効果

- ▶ 非対角成分 ρ_H は、図の配置において \mathbf{M} および \mathbf{J} に直交する方向に異常ホール電圧 \mathbf{E}_H

$$\mathbf{E}_H(\mathbf{B} = 0) = \rho_H \mathbf{a} \times \mathbf{J}$$

をもたらす。

- ▶ 正常ホール係数 とのアナロジーから、異常ホール係数は

$$R_S = \frac{\rho_H}{\mu_0 M} \quad [\text{SI}], \quad R_S = \frac{\rho_H}{4\pi M} \quad [\text{cgs}]$$

のように定義される。

- ▶ 図は典型的な異常ホール効果の磁界依存性である。磁気飽和後のホール抵抗の磁界依存性は正常ホ-



4.2 強磁性金属の電気輸送現象の物理的起源

スピン散乱と2流体モデル

▶ 強磁性金属の電気抵抗の起源

▶ Kasuyaらのスピン散乱(spin disorder scattering)

伝導電子と局在磁気モーメントとのsd交換相互作用による散乱を考える。局在d電子系のスピンのそろっていると散乱は生じないが、スピンの揺らぎが起きると散乱が強くなる。希土類など局在性の強い系ではこのモデルでよく説明される。

▶ Mottによる2流体電流モデル(two current model)

スピン依存の散乱ポテンシャルを考え、電流は \uparrow スピンと \downarrow スピンの伝導電子によってそれぞれ独立に運ばれると考える。散乱によってs電子がd電子帯に遷移するが、 \uparrow スピンd電子帯と \downarrow スピンd電子帯では空のDOSが異なるため、s電子はスピンの向きに応じて異なった散乱確率を感じることになる。



2流体モデルによる異方性磁気抵抗

- ▶ ↑スピンに対する抵抗率を ρ_{\uparrow} 、↓スピンに対する抵抗率を ρ_{\downarrow} とすると全体の抵抗率 ρ は並列抵抗の式によって次式で表される。

$$\rho = \frac{\rho_{\uparrow}\rho_{\downarrow}}{\rho_{\uparrow} + \rho_{\downarrow}}$$

- ▶ 単純な2流体モデルを考え、スピン軌道相互作用を用いて、抵抗率が磁化の方向と電流方向のなす角度に依存する異方性磁気抵抗効果を説明することが行われている。
- ▶ これによれば、異方性磁気抵抗比は

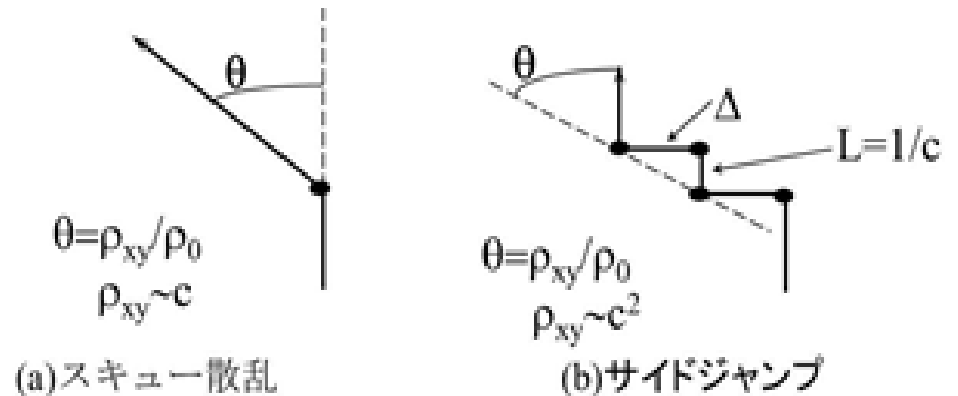
$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{\rho_{\parallel} - \rho_{\perp}}{\rho} \approx \gamma \left(\frac{\rho_{\uparrow}}{\rho_{\downarrow}} - 1 \right)$$

ここに γ はスピン軌道相互作用係数である。単純遷移金属、遷移金属合金における実験結果の多くは上式で説明できる。



異常ホール効果のメカニズム

- ▶ 異常ホール効果のメカニズムについては、Luttinger以来多くの研究があり、スピン軌道相互作用による(a)スキュー散乱と(b)サイドジャンプが原因であるとされる。
- ▶ 両散乱における電子の軌跡を図(a)(b)に示す。
- ▶ (a)では ρ_H は $\rho(T)$ に比例して温度変化するが、(b)では $\rho(T)^2$ に比例する。
- ▶ Feなどの実験では、低温部を除き ρ_H は $\rho(T)^2$ に比例するので、サイドジャンプが主原因と考えられる。



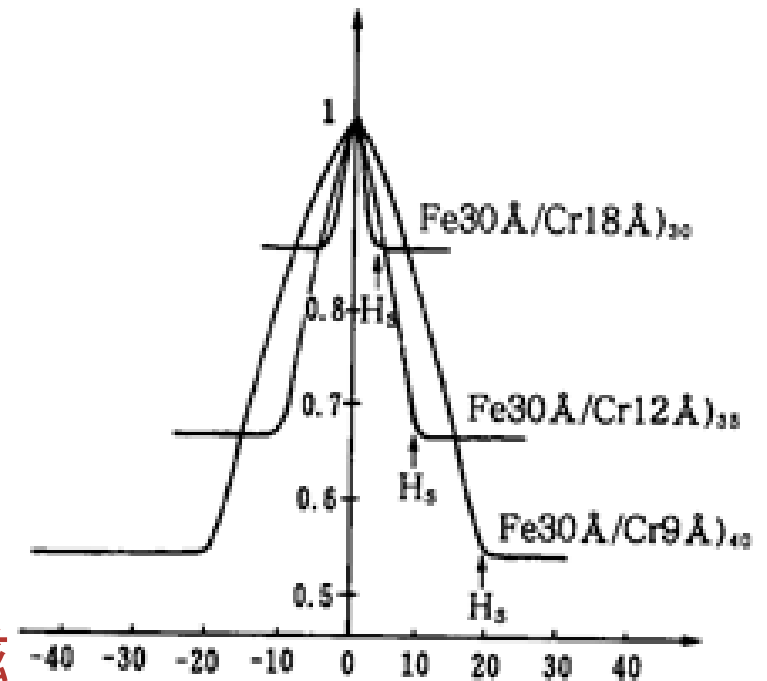
4.3 人工格子、多層膜、グラニューラー膜の 巨大磁気抵抗効果(GMR)

- ▶ 巨大磁気抵抗効果研究の経緯と特性
- ▶ GMRの起源
- ▶ 振動的層間磁気結合の起源



a. 巨大磁気抵抗効果研究の経緯と特性

- ▶ Fertらのグループは、Fe/Crなど磁性金属／非磁性金属の人工格子において、大きな磁気抵抗比をもつ磁気抵抗効果を発見した。図は、彼らが報告する磁化と磁気抵抗効果の対応を示している
- ▶ 低温で50%におよぶ大きな磁気抵抗比 $R(H)/R(H=0)$ が見られている。室温でも16%におよび、巨大磁気抵抗効果(GMR)と名付けた。



AMRとGMRの違い


- ▶ GMRが前節で述べた異方性磁気抵抗効果(AMR)と異なる点は、
 - ▶ (1)磁気抵抗比が桁違いに大きい
 - ▶ (2)抵抗測定時の電流と磁界の相対角度に依存しない
 - ▶ (3)抵抗は常に磁界とともに減少する

という3点である。このような点は、スピン軌道相互作用では説明できない。



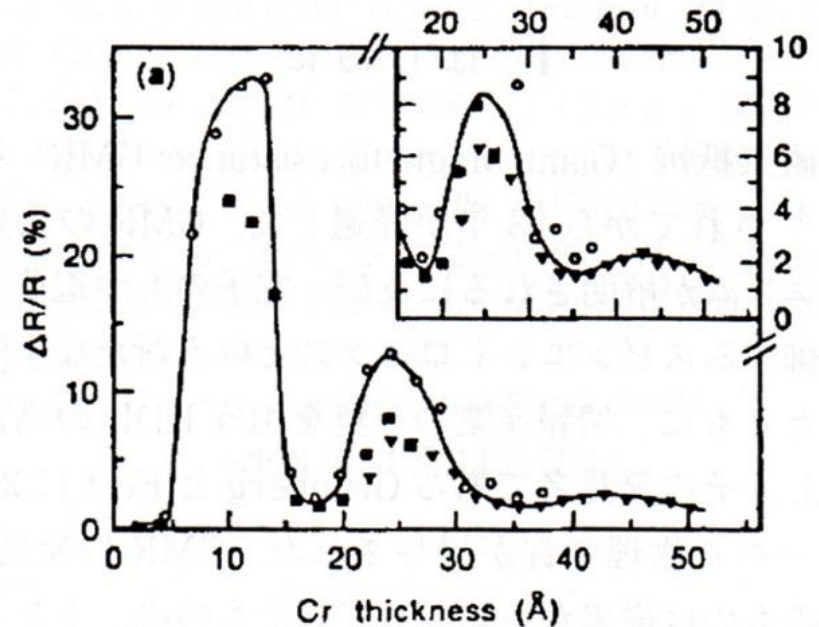
-
- ▶ Grünbergらは、GMRが発見される以前からFe/Cr/Feの3層膜の研究を行い、1986年にCrを介して2つのFe層間に反強磁性結合が存在することを見いだしていたが、その際、磁化が平行と反平行では電気抵抗に差があることも報告している。すなわち、層間に反強磁性的結合がある場合に、飽和磁界が大きくなるとともに磁気抵抗効果が大きくなることを指摘していた。

P. Grünberg, R. Schreiber, Y. Pang, M.B. Brodsky and H. Sower:
Phys. Rev. Lett. **57** (1986) 2442.



Fe/Cr人工格子のMR比のCr厚依存性

- ▶ 1991年になってParkinらは、図に示すようにFe/Crにおける層間相互作用の大きさがCr層の厚みに対し振動的に変化することを見いだした。
- ▶ S.S.P. Parkin, Z.G. Li, and D.J. Smith: Appl. Phys. Lett. **58** (1991) 2472.



Co/Cu人工格子におけるMR比のCu層厚依存性

- ▶ MR比の非磁性層厚依存振動はCo/Cu人工格子など磁性／非磁性金属人工格子に一般に見られている。

- ▶ D.H. Mosca, F. Petroff, A. Fert, P.A. Schroeder, W.P. Platt and R. Loloee, JMMM 94, L1 (1991)

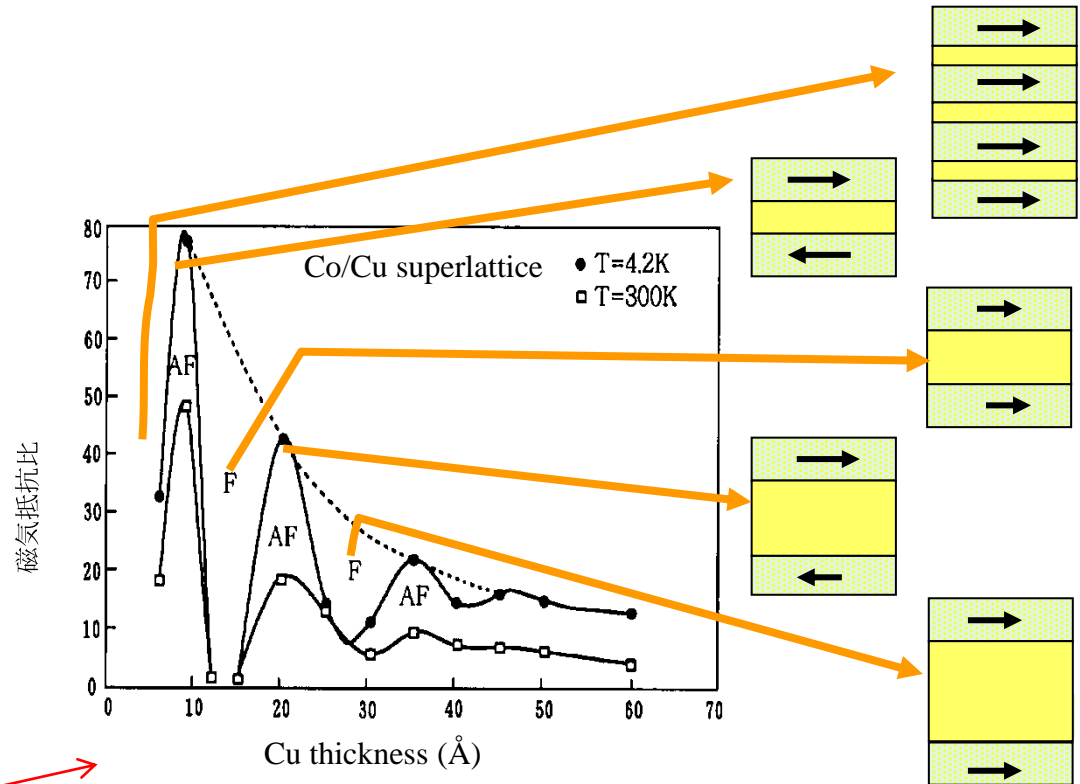
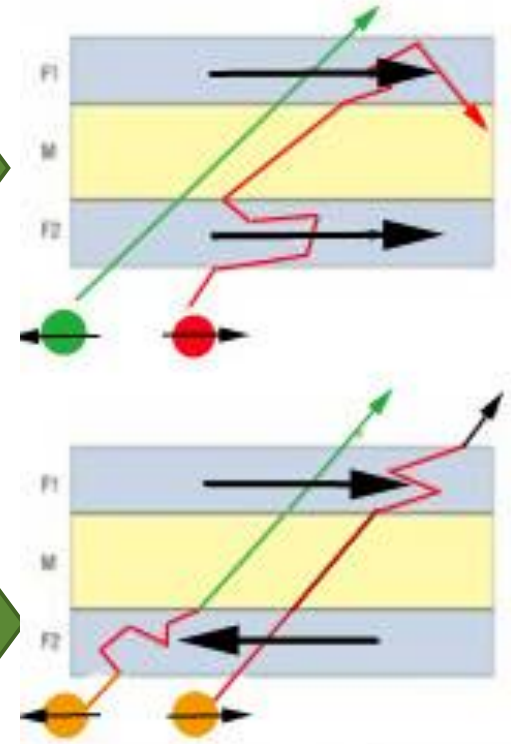


図15

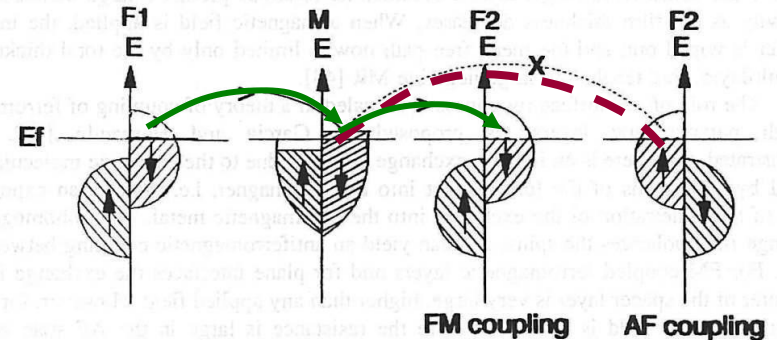
b. 2 流体電流モデルによるGMRの説明

- ▶ 強磁性に結合した系では \uparrow スピン電子は系の中を散乱を受けることなく通過できるが、 \downarrow スピン電子は強い散乱を受け、平均自由行程は短く抵抗も高い。しかし、 \uparrow 電子の電流経路と並列結合になっているので、全体としては低抵抗。
- ▶ 反強磁性に結合した系では、 \uparrow 電子の経路も \downarrow 電子の経路も、弱い散乱と強い散乱を交互に受けるので、全体の抵抗は高くなる。強い散乱により平均自由行程が層厚より短くなればGMRは生じない。



バンドモデルによるGMRの説明

- ▶ 強磁性状態では、多数スピンバンドと少数スピンバンドは交換分裂しており、フェルミ準位は少数スピン帯の中に存在する。



- ▶ 移動に当たってスピンの保存されるものとする。F1の少数スピン(↓)電子が非磁性金属Mの少数スピン帯に移動し、非磁性金属はスピン偏極を受ける。この↓電子がF2に移るとき、もし、その磁化がF1と平行であれば、↓電子は散乱を受けずに、F2の少数スピンバンドの空席に飛び移れるが、反平行であれば、↓電子のバンドが多数スピンバンドとなるため空席がなく、飛び移ることができない。

c. 振動的層間磁気結合の起源

- ▶ 層間結合の振動構造の機構については大きく見て2つの考え方がある。
 - ▶ RKKY相互作用に起源を求めるもの。
 - ▶ 量子井戸に基づくモデル。
- ▶ おそらく、同じ物理現象を異なる断面から見ているものと考えられるので、今後の理論的考察を待ちたい。



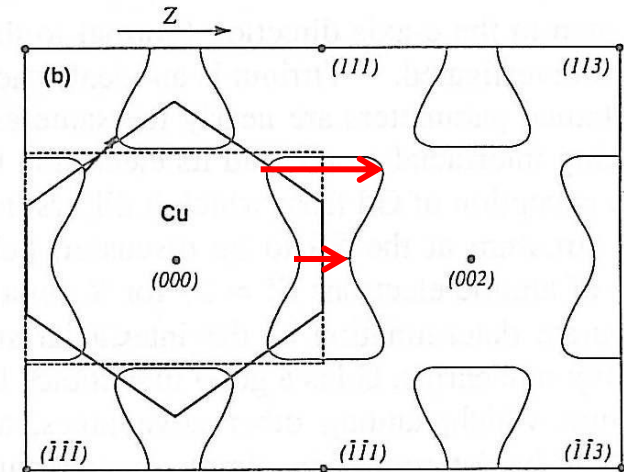
RKKYモデル

- ▶ Fe/Cr/Feサンドウィッチ膜を作り、磁気光学効果を用いて層間交換相互作用の大きさのCr層厚依存性を精密に測定した。この結果層間相互作用の振動には約1.8nmの長周期振動と周期約0.3nmの短周期振動が重なっていることがわかった。

- ▶ S. Demokritov, J.A. Wolf and P. Grünberg: *Europhys. Lett.* **15**, 881 (1991)

- ▶ 振動周期は、Brunoによれば非磁性金属のフェルミ面上における停留ベクトル(フェルミ面上の2点間距離が極値をとるような2点を結ぶ波数ベクトル)から決められる。この停留波数ベクトルを Q_s とすると、振動周期 Λ は $\Lambda = 2\pi/Q_s$ で与えられる。実際、図に示されるCuのフェルミ面上における2つの停留ベクトルは、実験で見られた2つの振動周期を説明している。

- ▶ P. Bruno and Chappart: *Phys. Rev. Lett.* **67**, 1602 (1991)



Cuの電子フェルミ面と
2つの停留ベクトル

量子閉じ込めモデル

- ▶ 非磁性金属の伝導電子が磁性金属との界面で反射され干渉することによって定在波を作って閉じこめられるとする量子井戸状態を考える。金属薄膜内に電子波が閉じこめられる現象は以前から知られていたが、HimpselのグループはCo(100)上に成膜したCu超薄膜に閉じこめられた量子状態を逆光電子分光により見だし、フェルミ準位における状態密度が、GMR同様の振動構造を持つことを明らかにした。
- ▶ 量子閉じこめはとびとびのエネルギー準位を作り、そのエネルギーは磁性層間の距離によって変化するが、そのエネルギー準位の位置によって、磁化が磁性層間で平行、反平行のどちらがエネルギーが低いかが決まる。
 - ▶ J.E.Ortega, F.J.Himpsel, G.J. Mankey and R.F.Willis: Phys. Rev. **B47**, 1540 (1993).



Cu/Coにおける量子井戸

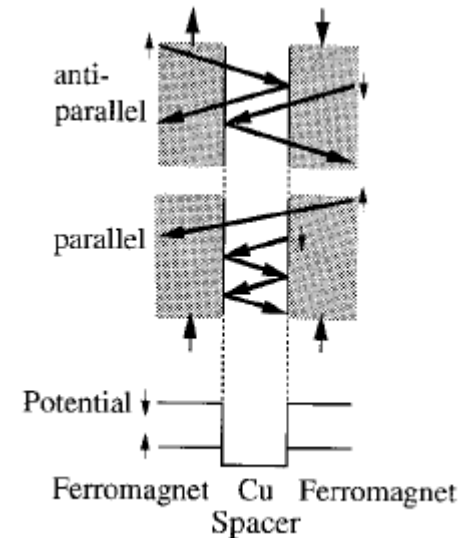
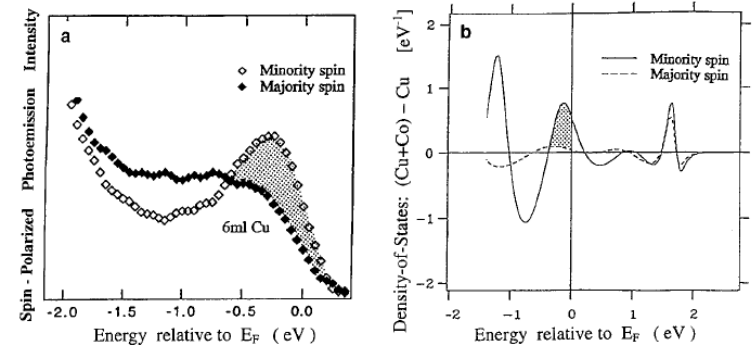
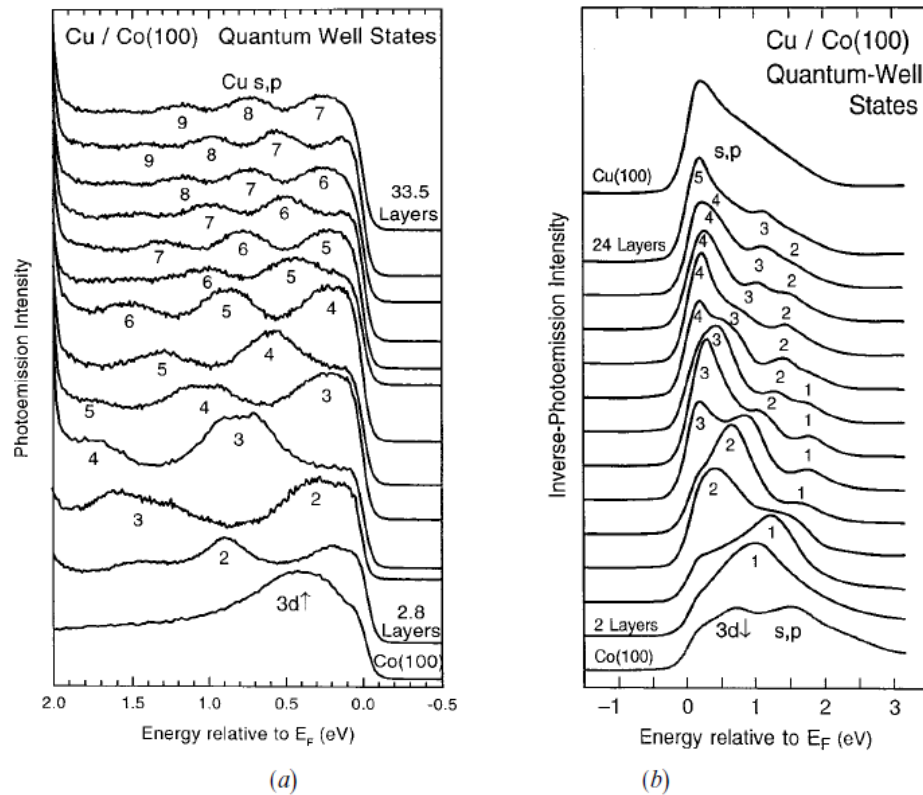


Figure 31. Quantum well states in thin Cu films on fcc Co(100) as seen by photoemission and inverse photoemission at $k_{\parallel} = 0$. The s, p-band continuum of bulk Cu is split up into discrete quantum well states that are numbered from the top of the band down (compare figures 29 and 32) (Ortega *et al.* 1993a, Segovia *et al.* 1996).

5. おわりに

- ▶ 磁性特有のテクニカルタームがあるが、慣れればそれほど難しいものではない。
- ▶ 大部分の話は、量子力学なしでも理解できる。電磁気学の知識があればよい。
- ▶ 応用につながるのは、磁区、磁壁の物理である。
- ▶ メゾスコピック系では、量子的な現象が現れる。これが、得意なスピン依存伝導現象をもたらす。



参考書

- 中村 伝:「磁性」、槇書店(1965)
 - 金森順次郎:「新物理学シリーズ 磁性」、培風館(1969)
 - 芳田 奎:「物性物理学シリーズ 磁性I, II」、朝倉書店(1972)
 - 太田恵造:「磁気工学の基礎I, II」、共立全書(1973)
 - 近角聡信編:「磁性体ハンドブック」、朝倉書店(1975)
 - 近角聡信:「強磁性体の物理(上・下)」、裳華房(1977, 1984)
 - 芳田 奎:「磁性」、岩波書店(1991)
 - 高梨弘毅:「初等磁気工学講座」、日本応用磁気学会(1996)
 - 川西健次郎編:「磁気工学ハンドブック」、朝倉書店(1999)
 - 小林久理眞:「したしむ磁性」(朝倉書店, 1999)
 - 近桂一郎、安岡弘志編:「実験物理学講座6 磁気測定I」、丸善(2000)
-

